

# 混凝土动力随机损伤本构关系

李 杰<sup>1</sup>, 曾莎洁<sup>2</sup>, 任晓丹<sup>1</sup>

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 上海建科工程咨询有限公司, 上海 200032)

**摘要：**考虑混凝土中的水对材料率敏感性的影响,引入包含黏性元件和弹性元件的细观模型,推导建立了混凝土动力损伤模型.将动力损伤模型引入到随机损伤理论的框架内,建立了能够描述单调加载与反复加载条件下混凝土力学行为的一维随机动力损伤本构关系.基于实验结果,对模型进行了系统的验证.结果表明,模型能够较好地再现混凝土的典型非线性特性,包括软化、残余应变以及率敏感性,可以应用于实际结构的非线性全过程分析.

**关键词：**混凝土; 损伤; 塑性; 率敏感性; 反复加载

中图分类号: TU313

文献标志码: A

## A Stochastic Rate-dependent Damage Model for Concrete

LI Jie<sup>1</sup>, ZENG Shajie<sup>2</sup>, REN Xiaodan<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Shanghai Jianke Engineering Consulting Co. Ltd., Shanghai 200032, China)

**Abstract:** By considering the strain rate effect of concrete induced by the pore water, a mesoscopic rate-dependent damage model was developed based on a compound system made up of a series of elastic elements and viscous elements. Then by introducing the developed rate-dependent damage model to describe the damage evolution, the stochastic damage model was proposed to model the nonlinear behaviors of concrete under monotonic and hysteretic uniaxial loading. Based on the experimental data, the proposed stochastic damage model of concrete was systematically verified. The simulation results indicate that the typical nonlinear behaviors of concrete, including the softening, the residual strain and the rate-dependency, can be well described by the proposed model. The developed model offers a good choice for the nonlinear simulation of concrete structures.

**Key words:** concrete; damage; plasticity; rate-dependency; cyclic loading

混凝土结构的非线性分析与设计的核心之一,在于混凝土材料本构关系的研究.一般而言,混凝土的本构关系是指在外部作用下混凝土内部应力与应变之间的物理关系.这一关系描述了混凝土受力力学行为的本质,构成了研究混凝土构件和结构在外部作用下的变形及运动的基础<sup>[1-2]</sup>.

由于混凝土的高度复杂性,基于经典力学理论建立起来的混凝土本构关系很难客观、全面地反映混凝土受力力学行为.最近 30 年发展起来的混凝土损伤力学,为混凝土本构关系的研究提供了一条可行的途径.通过引入损伤变量,混凝土力学性质的典型特征可以得到清晰的表达.由于混凝土在卸载后存在残余变形,而塑性应变对于混凝土本构关系的影响亦不可忽略,所以能够较为全面地描述混凝土的各种非线性行为的混凝土弹塑性损伤本构关系模型,现已得到越来越多的关注和应用<sup>[3-4]</sup>.

作为一种多相复合材料,由于存在诸多不可控制因素,混凝土的物理力学性质不可避免地带有显著的随机性.事实上,混凝土的随机性与非线性相互影响,关系复杂.混凝土在损伤和破坏过程中表现出的渐进性,在很大程度上来源于随机性造成的材料性质的非均匀性;而混凝土微结构的随机性影响,又可能被非线性效应所放大或者缩小,使混凝土结构受力力学行为呈现出多样的随机非线性特征.在混凝土本构关系的建模过程中,应该充分地考虑随机性如何正确地反映问题<sup>[5-6]</sup>.

在总结和研究已有研究的基础上,本文将在以下几个方面展开工作:其一,为动力加载条件下材料

收稿日期: 2013-08-15

基金项目: 国家自然科学基金(90715033, 51261120374, 51208374)

第一作者: 李 杰(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为随机动力学, 混凝土损伤力学和工程系统可靠度.

E-mail: lijie@tongji.edu.cn

通讯作者: 任晓丹(1981—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为混凝土多尺度损伤理论和结构非线性数值分析.

E-mail: rxdtj@tongji.edu.cn

率相关效应引入合理的物理机制;其二,基于材料率效应的物理机制建立混凝土动力随机损伤本构关系;其三,将动力损伤模型的结果与已有实验数据进行对比研究.

## 1 单轴拉压本构关系

混凝土在受拉和受压的条件下表现出迥异的特性,称为单边效应.为了描述单边效应的影响,可以引入两个损伤变量  $D^+$  与  $D^-$ ,分别表示受拉与受压时材料的软化和弱化.采用有效应力正-负分解的方式,可以将本构关系表示为如下形式:

$$\sigma = (1 - D^+) \bar{\sigma}^+ + (1 - D^-) \bar{\sigma}^- = [(1 - D^+) H(\bar{\sigma}) + (1 - D^-) H(-\bar{\sigma})] \bar{\sigma} \quad (1)$$

式中: $\sigma$  表示单轴应力;而有效应力  $\bar{\sigma}$  及其正分量  $\bar{\sigma}^+$  和负分量  $\bar{\sigma}^-$  定义为

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = E(\epsilon - \epsilon^p) = E\epsilon^e \\ \bar{\sigma}^+ = H(\bar{\sigma})\bar{\sigma} \\ \bar{\sigma}^- = H(-\bar{\sigma})\bar{\sigma} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $E$  为初始未损伤材料的弹性模量; $\epsilon$ ,  $\epsilon^p$  和  $\epsilon^e$  分别为总应变、塑性应变和弹性应变; $H(\cdot)$  为 Heaviside 函数

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

同样,弹性应变也存在如下分解:

$$\begin{cases} \epsilon^e = \epsilon - \epsilon^p = \frac{\bar{\sigma}}{E} \\ \epsilon^{e+} = H(\epsilon^e)\epsilon^e = \frac{\bar{\sigma}^+}{E} \\ \epsilon^{e-} = H(-\epsilon^e)\epsilon^e = \frac{\bar{\sigma}^-}{E} \end{cases} \quad (4)$$

对于损伤变量的演化,一般将其定义为弹性应变的函数,即

$$D^\pm = G^\pm(\epsilon^{\pm e}) \quad (5)$$

式中:“±”表示分别考虑受拉和受压两种情况.损伤演化函数  $G^\pm$  应根据具体物理机理分析确定,见后续讨论.

在本文中,采用大写的  $D^\pm$  表示随机损伤变量, $G^\pm$  表示随机损伤演化函数.对应地,采用小写字母表示确定性损伤及其演化,即

$$d^\pm = g^\pm(\epsilon^{\pm e}) \quad (6)$$

确定性损伤可以由随机损伤变量的样本实现值获得,也可以由一类特定样本如均值加以表示,即

$$d^\pm = \mu(D^\pm) \quad (7)$$

考虑到塑性与损伤在演化过程中不可避免的耦合效应,同时也考虑受拉与受压条件下塑性与损伤发展机理的差异,可以将塑性应变  $\epsilon^p$  分解为正负两个部分,分别考虑其演化,即

$$\epsilon^p = \epsilon^{p+} + \epsilon^{p-} \quad (8)$$

对应塑性演化

$$\begin{cases} \epsilon^{p+} = f_p^+(D^+, \epsilon^{e+}) \\ \epsilon^{p-} = f_p^-(D^-, \epsilon^{e-}) \end{cases} \quad (9)$$

函数  $f_p^\pm(\cdot)$  的表达式将在本文第 3 节给出.

## 2 动力损伤模型

混凝土的率敏感性已被大量实验与理论工作所证实.早期的研究中,Reinhardt 等<sup>[7]</sup>发现,在中低应变率条件下,混凝土的含水率对其率敏感效应有着显著的影响.后来 Rossi 等<sup>[8]</sup>通过系统的实验研究,确认了混凝土中的水(包括自由水和结晶水)对率敏感效应的影响,并研究了混凝土孔隙水的黏性机制,为动力损伤的物理模型开辟了道路.

一般将孔隙水引起的材料整体的黏性效应称为 Stefan 效应,采用图 1 所示模型描述.按照这一模型可得黏性应力  $\sigma_v$  与应变率  $\dot{\epsilon}$  的关系<sup>[8]</sup>

$$\sigma_v = A \dot{\epsilon} \quad (10)$$

式中: $A$  为黏性系数,与材料性质、空隙形状等有关.

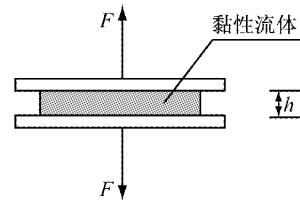


图 1 Stefan 效应模型

Fig. 1 Stefan effect model

为了在静力损伤演化基础上构造动力损伤演化方程,进而合理地考虑应变率效应的影响,需要引入动力弹性应变  $\epsilon_r^{\pm e}$ .不失一般性,可将损伤演化表示为如下形式:

$$\begin{cases} D^\pm = G^\pm(\epsilon_r^{\pm e}) \\ \Psi_r(\epsilon_r^{\pm e}, \epsilon_r^{\pm e}, \dot{\epsilon}^{\pm}, \epsilon^{\pm e}) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

先将静力弹性应变  $\epsilon^{\pm e}$  代入式(11)所示微分系统,求解动力弹性应变  $\epsilon_r^{\pm e}$ ,再将动力弹性应变代入损伤演化方程,即可求解损伤变量.式(11)以抽象函数的形式定义了一类动力损伤模型,这类模型的特点在于定义静力弹性应变  $\epsilon^{\pm e}$  与动力弹性应变  $\epsilon_r^{\pm e}$  的关系时不考虑损伤的影响,关于这类简化动力损

伤模型的研究可以追溯到文献[9].

从 Stefan 效应出发,建立动力系统  $\Psi_r$  的具体表达式,可引入图 2 所示细观单元模型. 其中,第 I 段仅包含一个弹性元件,用以描述材料的弹性变形;第 II 段包含一个弹性元件和一个黏性元件,以同时考虑弹性变形与应变率效应的影响.

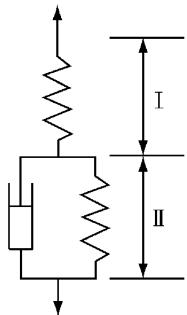


图 2 动力系统  $\Psi_r$

Fig. 2 The dynamic system  $\Psi_r$

根据上述模型,可得到如下控制方程:

$$\begin{cases} \epsilon_I = \frac{\sigma}{E_I} \\ \epsilon_{II} = \frac{\sigma - \sigma_v}{E_{II}} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\epsilon_I$  与  $\epsilon_{II}$  分别表示第 I 段与第 II 段的应变; $E_I$  与  $E_{II}$  分别表示第 I 段与第 II 段中弹性元件的弹性刚度.

黏性元件的应力采用 Stefan 效应表达式,即

$$\sigma_v = A \dot{\epsilon}_{II} \quad (13)$$

动力作用下,整个体系的总应变为

$$\epsilon_r = \epsilon_I + \epsilon_{II} = \sigma \left( \frac{1}{E_I} + \frac{1}{E_{II}} \right) - \frac{\sigma_v}{E_{II}} \quad (14)$$

静力作用下,体系中黏性元件的应力  $\sigma_v$  松弛为零,整个体系应变为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (15)$$

系统的等效静力弹性刚度为

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_I} + \frac{1}{E_{II}} \quad (16)$$

将式(13)~(16)代入式(12),经过化简,可得

$$\begin{cases} \gamma \dot{\epsilon}_{II} + (\alpha + \beta) \epsilon_{II} = \alpha \epsilon_r \\ \gamma \dot{\epsilon}_{II} + \beta \epsilon_r = \beta \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \gamma = \frac{A}{E} \\ \alpha = 1 + n \\ \beta = \frac{1+n}{n} \\ n = \frac{E_I}{E_{II}} \end{cases} \quad (18)$$

显然,式(17)为线性微分方程,其解析解可以表示为

$$\begin{cases} \epsilon_{II} = \epsilon_r - \frac{\beta \epsilon}{\alpha + \beta} \\ \epsilon_r = \frac{\beta e^{-\beta t/\gamma}}{\gamma(\alpha + \beta)} \int e^{-\beta t/\gamma} [\gamma \epsilon + (\alpha + \beta) \epsilon] dt + C_1 e^{-\beta t/\gamma} \end{cases} \quad (19)$$

式中: $C_1$  为积分常数,与初始条件有关.

解析表达式(19)的数值计算过程仍然较为复杂,实际中可应用差分算法直接构造式(17)的数值解.

若考虑匀速加载( $\epsilon = \dot{\epsilon} t$ )和 0 初始条件( $\epsilon(0) = 0, \epsilon_r(0) = 0$ ),可将式(19)进一步简化为

$$\epsilon_r = \alpha_d \epsilon \quad (20)$$

其中动力影响因子

$$\alpha_d = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{\gamma}{\beta t} (1 - e^{-\beta t/\gamma}) \quad (21)$$

$\alpha_d$  的极限值为

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow 0} \alpha_d = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_d = 1 \end{cases} \quad (22)$$

假定损伤演化只与弹性应变有关,将静力弹性应变代入式(17),可得动力弹性应变演化的控制微分方程

$$\Psi_r = \begin{cases} \gamma \dot{\epsilon}_{II}^{\pm} + (\alpha + \beta) \epsilon_{II}^{\pm} = \alpha \epsilon_r^{\pm} \\ \gamma \dot{\epsilon}_{II}^{\pm} + \beta \epsilon_r^{\pm} = \alpha \epsilon^{\pm} \end{cases} \quad (23)$$

在匀速加载条件下,同样可以解得

$$\epsilon_r^{\pm} = \alpha_d \epsilon^{\pm} \quad (24)$$

$\alpha_d$  的表达式仍为式(21).

根据本文之前的研究结果,混凝土静力随机损伤演化方程可以表示为

$$D^{\pm} = \int_0^1 H[\epsilon^{\pm} - \Delta^{\pm}(x)] dx \quad (25)$$

式中: $\Delta^{\pm}$  为一维随机场.

因此,只需要将式(25)的静力弹性应变替换为动力弹性应变,即可建立混凝土动力随机损伤演化方程

$$D^{\pm} = \int_0^1 H[\epsilon_r^{\pm} - \Delta^{\pm}(x)] dx \quad (26)$$

若考虑对数正态随机场,指数型相关结构,可得如下损伤的均值与方差的演化:

$$\mu_{D^{\pm}} = d^{\pm} = \Phi(z^{\pm}) \quad (27)$$

$$V_D^2 = 2 \int_0^1 \Phi_{2D}(z^{\pm}, z^{\pm} | \rho_z^{\pm}(y)) dy - \mu_{D^{\pm}}^2 \quad (28)$$

$$z = \frac{\ln \epsilon^{\pm} - \lambda^{\pm}}{\xi^{\pm}} \quad (29)$$

$$\rho_z^{\pm}(y) = e^{-\xi^{\pm} |y|} \quad (30)$$

式(27)~(30)中: $\Phi(\cdot)$ 为正态分布函数; $\lambda^\pm, \xi^\pm$ 为随机场的均值参数,与材料的强度等级等物理性质直接相关; $\xi^\pm$ 为方差参数,反映损伤演化过程中的离散性.

### 3 经验塑性模型

塑性变形对混凝土本构关系的建模有不可忽略的影响.考虑到在初始加载阶段,塑性应变占总应变的比例较小;而在后续加载阶段,塑性应变所占比例虽然不断增加,但其极限值为总应变的某个固定比例.因此,本文建议取混凝土塑性应变表达式为<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \epsilon^{p\pm} = \xi_p^\pm [D^\pm]_{n_p^\pm}^{\frac{1}{n_p^\pm}} \epsilon^\pm \\ \epsilon^p = \epsilon^{p+} + \epsilon^{p-} \end{cases} \quad (31)$$

式中分别考虑受拉与受压的贡献,总塑性应变考虑为二者的迭加. $\xi_p^\pm$ 与 $n_p^\pm$ 为控制塑性演化的参数.

将式(31)代入有效应力表达式(2),可得弹塑性本构关系的全量表达式如下:

$$\bar{\sigma} = E^{ep}\epsilon \quad (32)$$

其中弹塑性割线模量

$$E^{ep} = \frac{E}{1 + \xi_p^+ [D^+]_{n_p^+}^{\frac{1}{n_p^+}} H(\bar{\sigma}) + \xi_p^- [D^-]_{n_p^-}^{\frac{1}{n_p^-}} H(-\bar{\sigma})} \quad (33)$$

将式(32)代入损伤本构关系表达式(1),可得

$$\sigma = E^{epd}\epsilon \quad (34)$$

其中弹塑性损伤割线模量

$$E^{epd} = [(1 - D^+)H(\bar{\sigma}) + (1 - D^-)H(-\bar{\sigma})]E^{ep} \quad (35)$$

### 4 本构关系的均值与方差

对一维本构关系式两边取均值,可得本构关系的均值表达式

$$\begin{aligned} \mu(\sigma) &= [1 - \mu(D^+)]\bar{\sigma}^+ + [1 - \mu(D^-)]\bar{\sigma}^- = \\ &= (1 - d^+)\bar{\sigma}^+ + (1 - d^-)\bar{\sigma}^- = \\ &= [(1 - d^+)H(\bar{\sigma}) + (1 - d^+)H(-\bar{\sigma})]\bar{\sigma} \end{aligned} \quad (36)$$

进而可求出弹塑性损伤割线模量的均值表达式

$$\begin{aligned} \mu(E^{epd}) &= \\ &= \frac{(1 - d^+)H(\bar{\sigma}) + (1 - d^+)H(-\bar{\sigma})}{1 + \xi_p^+ [D^+]_{n_p^+}^{\frac{1}{n_p^+}} H(\bar{\sigma}) + \xi_p^- [D^-]_{n_p^-}^{\frac{1}{n_p^-}} H(-\bar{\sigma})} E \end{aligned} \quad (37)$$

上述本构关系的均值表达式可以作为确定性本构关系应用到结构分析和设计中.

下面考虑本构关系的方差.式(1)两边取平方,

可得

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= [(1 - D^+)\bar{\sigma}^+]^2 + [(1 - D^-)\bar{\sigma}^-]^2 + \\ &\quad 2(1 - D^+)(1 - D^-)\bar{\sigma}^-\bar{\sigma}^+ \end{aligned} \quad (38)$$

考虑到 $\bar{\sigma}^-\bar{\sigma}^+=0$ ,对式两边取均值,有

$$\begin{aligned} \mu(\sigma^2) &= [1 - 2d^+ + \mu(D^+)^2](\bar{\sigma}^+)^2 + \\ &\quad [1 - 2d^- + \mu(D^-)^2](\bar{\sigma}^-)^2 \end{aligned} \quad (39)$$

结合式(36),可得本构关系方差

$$\begin{aligned} V^2(\sigma) &= \mu(\sigma^2) - \mu^2(\sigma) = \\ &= V_{D^+}^2(\bar{\sigma}^+)^2 + V_{D^-}^2(\bar{\sigma}^-)^2 = \\ &= [V_{D^+}^2 H(\bar{\sigma}) + V_{D^-}^2 H(-\bar{\sigma})]\bar{\sigma}^2 \end{aligned} \quad (40)$$

损伤的方差 $V_{D^+}^2$ 与 $V_{D^-}^2$ 可由式(28)结合相关参数求出.

结合李杰、陈建兵提出的概率密度演化方法<sup>[11]</sup>,还可以求出损伤与应力的概率密度的演化过程.基于概率密度演化的分析,将在作者另外的文章中详细讨论.

### 5 算例与验证

为了应用的方便,表 1 将计算中需要用到的参数分类列出.按照受拉性能参数与受压性能参数,将所有的参数纵向分为 2 类.按照弹性参数、静力损伤演化参数、动力损伤演化参数与塑性演化参数,将所有的参数横向分为 4 类.

表 1 模型参数分类列表

Tab. 1 List of model parameters

| 参数         | 符号                        |                           |
|------------|---------------------------|---------------------------|
|            | 受拉                        | 受压                        |
| 弹性模量       | $E$                       | $E$                       |
| 静力随机损伤演化参数 | $\lambda^+, \xi^+, \xi^+$ | $\lambda^-, \xi^-, \xi^-$ |
| 动力损伤演化参数   | $\gamma^+, n^+$           | $\gamma^-, n^-$           |
| 塑性演化参数     | $\xi_p^+, n_p^+$          | $\xi_p^-, n_p^-$          |

#### 5.1 塑性(残余)应变

图 3 给出了本文第 3 节提出的经验塑性模型( $\xi_p^- = 0.6, n_p^- = 0.07$ )与实验结果的对比.可以看出本文提出模型与实验结果符合较好.

#### 5.2 单调加载全曲线

针对混凝土单轴受力的应力应变全曲线,特别是应力应变发展的全过程以及随机特性,作者所在研究梯队近年来进行了系统的实验研究,并得到了丰富的实验结果,这里仅采用两组结果验证本文提出的本构关系模型的静力单轴性能.

图 4 和图 5 分别给出了静力加载条件下单轴受拉与单轴受压实验结果(C40 混凝土)的均值(Mean)

曲线和标准差(STD)曲线与模型结果的对比。其中受拉曲线所采用参数: $E=45\text{ GPa}$ , $\lambda^+=4.50$ , $\zeta^+=0.5$ , $\xi^+=20$ , $n_p^+=0.6$ , $n_p^+=0.1$ 。受压曲线所采用模型参数: $E=30\text{ GPa}$ , $\lambda^-=7.56$ , $\zeta^-=0.3$ , $\xi^-=10$ , $n_p^-=0.6$ , $n_p^-=0.07$ 。由对比结果可以看出,本文模型与实验结果的均值符合较好,能够较好地反映材料的软化和弱化特性。模型所得方差与实验测得方差有一定程度的吻合性,能够反映混凝土的随机非线性特性。根据目前的结果,不论是实验结果还是模型,关于方差演化的结果还值得进一步在研究中完善和改进。

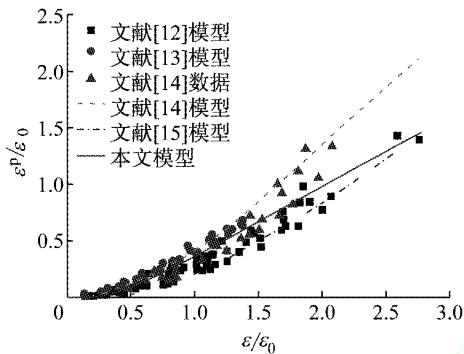
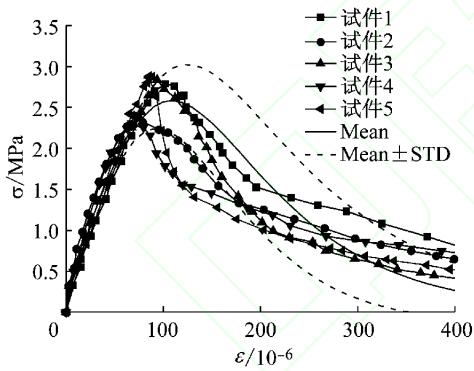
图3 塑性应变<sup>[12-15]</sup>Fig. 3 Plastic strain<sup>[12-15]</sup>

图4 单轴静力受拉全曲线

Fig. 4 Static uniaxial tensile curves

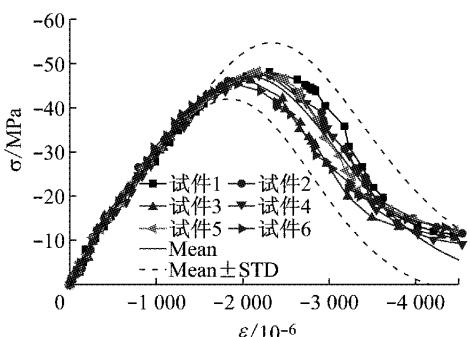


图5 单轴静力受压全曲线

Fig. 5 Static uniaxial compressive curves

下面给出动力加载条件下模型结果与实验结果的对比。由于采用了与静力实验不同的实验结果,所以其静力损伤与塑性演化的模型参数亦略有差别,同时还要确定动力损伤演化参数描述材料的率效应。其中受拉曲线所采用参数: $E=45\text{ GPa}$ , $\lambda^+=5.40$ , $\zeta^+=0.45$ , $\xi^+=20$ , $n_p^+=0.6$ , $n_p^+=0.1$ , $\gamma^+=0.05$ , $n^+=1.2$ 。受压曲线所采用模型参数: $E=30\text{ GPa}$ , $\lambda^-=7.40$ , $\zeta^-=0.30$ , $\xi^-=10$ , $n_p^- = 0.6$ , $n_p^- = 0.07$ , $\gamma^- = 0.4$ , $n^- = 1.0$ 。图6和图7分别给出了模型结果与文献中实验结果<sup>[16-17]</sup>的对比。可以看出,本文模型对混凝土在动力加载全过程的非线性行为具有一定的描述能力。

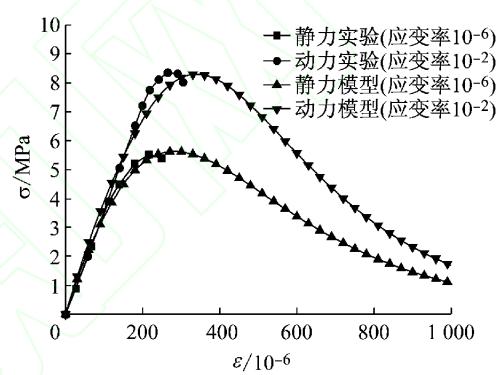


图6 单轴受拉全曲线

Fig. 6 Uniaxial tensile curves

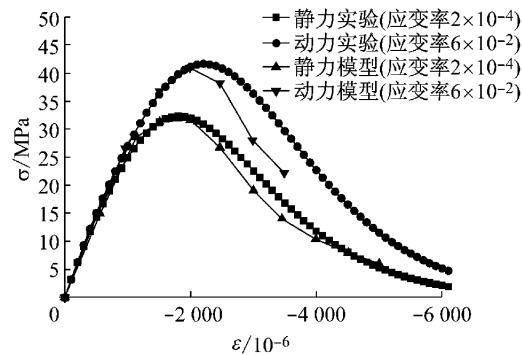


图7 单轴受压全曲线

Fig. 7 Uniaxial compressive curves

### 5.3 动力强度提高因子

混凝土材料在动力荷载作用下,其强度会显著提高。对于动力强度提高最直观的描述可采用动力强度提高因子(即动力强度与静力强度之比)。本文在整理经典实验结果<sup>[18-27]</sup>的基础上,对模型进行验证。

图8和图9分别给出了单轴受拉与单轴受压加

载条件下动力强度提高因子(DIF)的实验结果与理论结果的对比。其中受拉动力损伤演化参数取值: $\gamma^+ = 0.05, n^+ = 1.0$ 。受压动力损伤演化参数取值: $\gamma^- = 0.60, n^- = 1.0$ 。

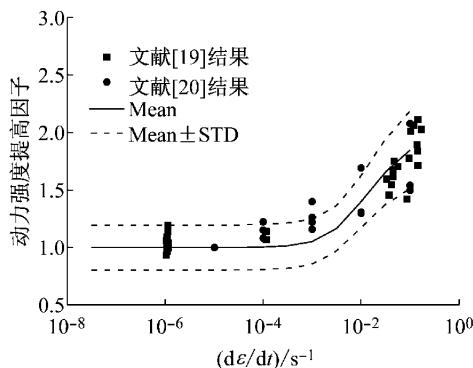


图8 受拉动力强度提高因子<sup>[18-20]</sup>

Fig.8 Dynamic increase factors under tension

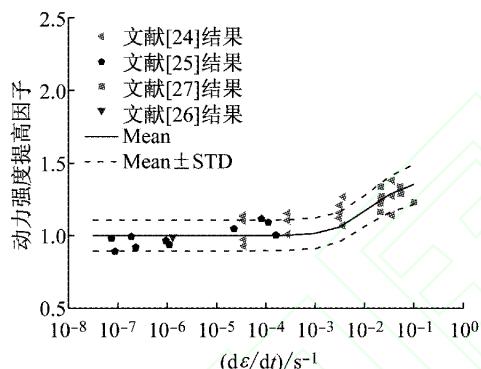


图9 受压动力强度提高因子<sup>[24-27]</sup>

Fig.9 Dynamic increase factors under compression

可见,本文模型在均值(Mean)意义上能够反映动力作用下材料强度提高的整体趋势,同时均值士标准差(Mean±STD)曲线能够包络大多数实验点,即本文模型能够反映材料的动力强度提高及动力作用下变异性。

#### 5.4 反复加载曲线

基于上述材料参数,本文还计算了混凝土在反复荷载作用下的应力、应变曲线,并将静力(率无关)模型与动力(率敏感)模型的结果同时绘制在图10中。可见,塑性应变的存在使得反复荷载作用下的应力应变曲线具有一定的滞回耗能能力。在动力加载作用下,材料的率敏感性不仅提高了材料的强度,还对其受力全过程产生了影响:由于率敏感性的作用,应力应变曲线的折角变得圆滑,材料的滞回耗能能力也有所提高。

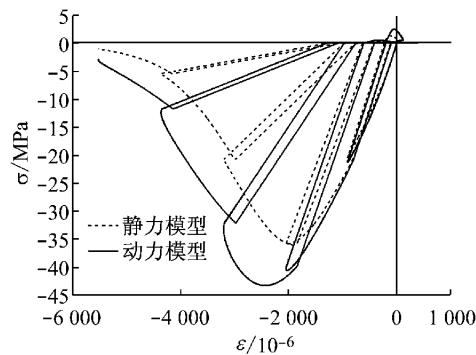


图10 反复加载曲线

Fig.10 Cyclic loading curves

## 6 结论

通过本文研究,可以得到如下结论:

- (1) 本文所建立的随机动力损伤本构关系,具有比较清晰的物理背景,能够较为完备地描述单调与反复荷载作用下混凝土的受力力学行为。
- (2) 动力损伤演化不但能够描述应变率引起的材料强度和耗能能力的提高,同时可以光滑反复加载作用下混凝土的应力应变曲线,这种光滑作用有利于结构整体分析的稳定性。
- (3) 本文建议的模型实质是一个线性率敏感模型。由于塑性应变与损伤之间具有非线性关系,模型在总体上表现出了强烈的非线性率敏感性。关于材料非线性率敏感效应的产生机理与描述,还值得进一步研究。

## 参考文献:

- [1] 李杰. 混凝土随机损伤力学的初步研究[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2004, 32(10): 1270.  
LI Jie. Research on the stochastic damage mechanics for concrete materials and structures [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2004, 32(10): 1270.
- [2] 李杰, 任晓丹. 混凝土静力与动力损伤本构模型研究进展述评[J]. 力学进展, 2010, 40(3): 284.  
LI Jie, REN Xiaodan. A review on the constitutive model for static and dynamic damage of concrete [J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(3): 284.
- [3] 李杰, 吴建营. 混凝土弹塑性损伤本构模型研究 I: 基本公式[J]. 土木工程学报, 2005, 38(9): 14.  
LI Jie, WU Jianying. Elasto-plastic damage constitutive model for concrete based on damage energy release rates, part I: basic formulations[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(9): 14.
- [4] Wu J Y, Li J, Faria R. An energy release rate-based plastic-damage model for concrete[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(10): 284.

- and Structures, 2006, 43(3/4):583.
- [5] 李杰, 杨卫忠. 混凝土弹塑性随机损伤本构关系研究[J]. 土木工程学报, 2009, 42(2): 31.  
LI Jie, YANG Weizhong. Elastoplastic stochastic damage constitutive law for concrete [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(2): 31.
- [6] Li J, Ren X D. Stochastic damage model of concrete based on energy equivalent strain[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(11/12): 2407.
- [7] Reinhardt H W, Rossi P, Van Mier J G M. Joint investigation of concrete at high rates of loading [J]. Materials and Structures, 1990, 23(3): 213.
- [8] Rossi P, Van Mier J G M, Boulay C. The dynamic behavior of concrete: influence of free water [J]. Materials and Structures, 1992, 25(9): 509.
- [9] Cervera M, Oliver J, Manzoli O. A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams[J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 1996, 25: 987.
- [10] 曾莎洁. 混凝土随机损伤本构模型与试验研究[D]. 上海: 同济大学, 2012.  
ZENG Shajie. Dynamic experimental research and stochastic damage constitutive model for concrete[D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [11] Li J, Chen J B. Stochastic dynamics of structures [M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2009.
- [12] Karsan I K, Jirsa J O. Behavior of concrete under compressive loadings[J]. Journal of Structural Division, ASCE, 1969, 95 (12): 2543.
- [13] Buyukozturk O, Tseng T M. Concrete in biaxial cyclic compression[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1984, 110(3): 461.
- [14] Palermo D. Behavior and analysis of reinforced concrete walls subjected to reversed cyclic loading[D]. Houston: University of Houston, 2002.
- [15] Mander J B, Priestley M J N, Park R. Theoretical stress-strain model for confined concrete[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1988, 114(8): 1804.
- [16] Suaris W, Shah S. Rate-sensitive damage theory for brittle solids[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1984, 110(6): 985.
- [17] Dube J F, Pijaudier-Cabot G, La Borderie C. Rate dependent damage for concrete in dynamics[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 10: 939.
- [18] Klepaczko J R, Brara A. An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling[J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 25(4): 387.
- [19] Toutlemonde F. Impact resistance of concrete structures[D]. Paris: Laboratory of Bridges and Roads, 1995.
- [20] Yan D M, Lin G. Dynamic properties of concrete in direct tension[J]. Cement and Concrete Research, 2006, 36 (7): 1371.
- [21] 肖诗云, 林皋, 王哲, 等. 应变率对混凝土抗拉特性影响[J]. 大连理工大学学报, 2001, 41(6): 721.  
XIAO Shiyun, LIN Gao, WANG Zhe, et al. Effects of strain rate on dynamic behavior of concrete in tension[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2001, 41(6): 721.
- [22] 肖诗云, 林皋, 遵静洲, 等. 应变率对混凝土抗压特性影响[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2002, 35(5): 35.  
XIAO Shiyun, LIN Gao, LU Jingzhou, et al. Effect of strain rate on dynamic behavior of concrete in compression [J]. Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture, 2002, 35(5): 35.
- [23] Malvar L J, Ross C A. Review of strain rate effects for concrete in tension[J]. ACI Materials Journal, 1998, 95(6): 735.
- [24] 董毓利, 谢和平, 赵鹏. 不同应变率下混凝土受压全过程的实验研究及其本构模型[J]. 水利学报, 1997(7): 72.  
DONG Yuli, XIE Heping, ZHAO Peng. Experimental study and constitutive model on concrete under compression with different strain rate[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997(7): 72.
- [25] Sparks P R, Menzies J B. The effect of the rate of the loading upon the static fatigue strength of plain concrete in compression[J]. Magazine of Concrete Research, 1973, 25 (83): 73.
- [26] Popp C. A study of the behaviour of concrete under impact loading[D]. Stuttgart: Deutsche Ausschuss für Stahlbeton, 1977.
- [27] Bresler B, Bertero V V. Influence of high strain rate and cyclic loading of unconfined and confined concrete in compression [C]// Proceedings of the 2nd Canadian Conference on Earthquake Engineering. Hamilton: Macmaster University, 1975: 1-13.