



第八章 构件扭曲截面性能与计算

任晓丹

同济大学建筑工程系

www.renxiaodan.com

rxdtj@tongji.edu.cn

同济大学土木楼A413



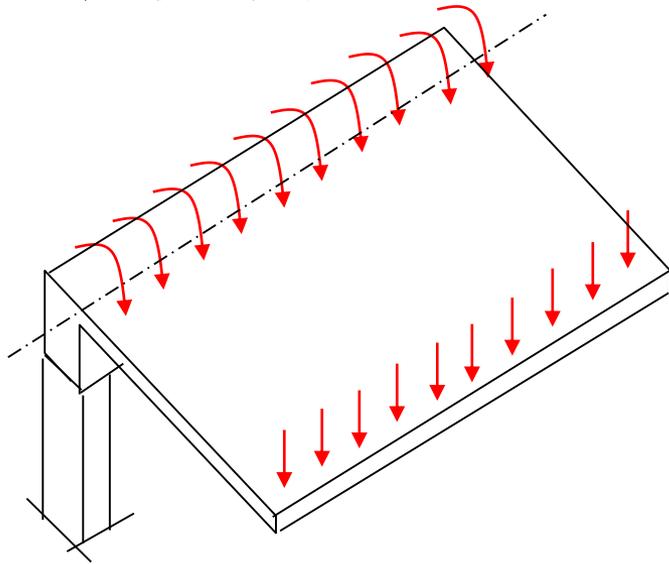
同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

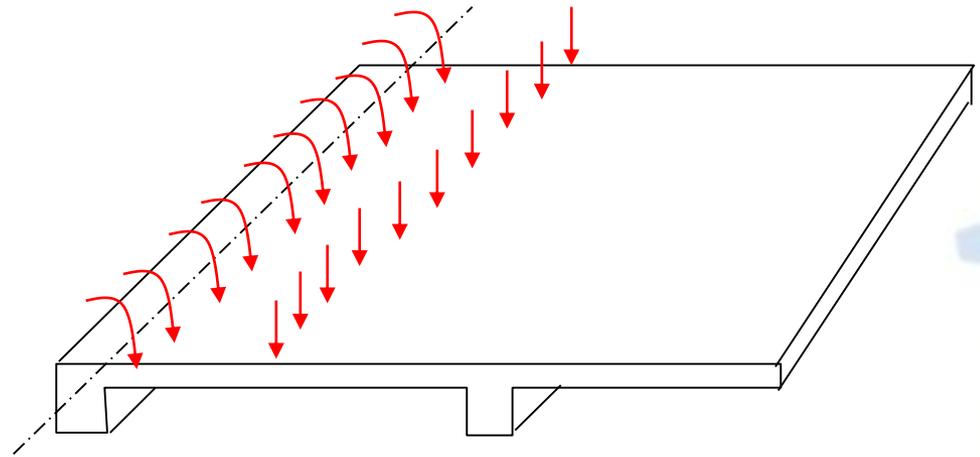
精微淵深



➤ 工程实例



平衡扭转——静定问题



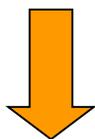
约束扭转——超静定问题

受扭构件中通常也配置纵筋和箍筋以抵御扭矩



► 纯扭构件的破坏特征——素混凝土构件

素混凝土纯扭构件



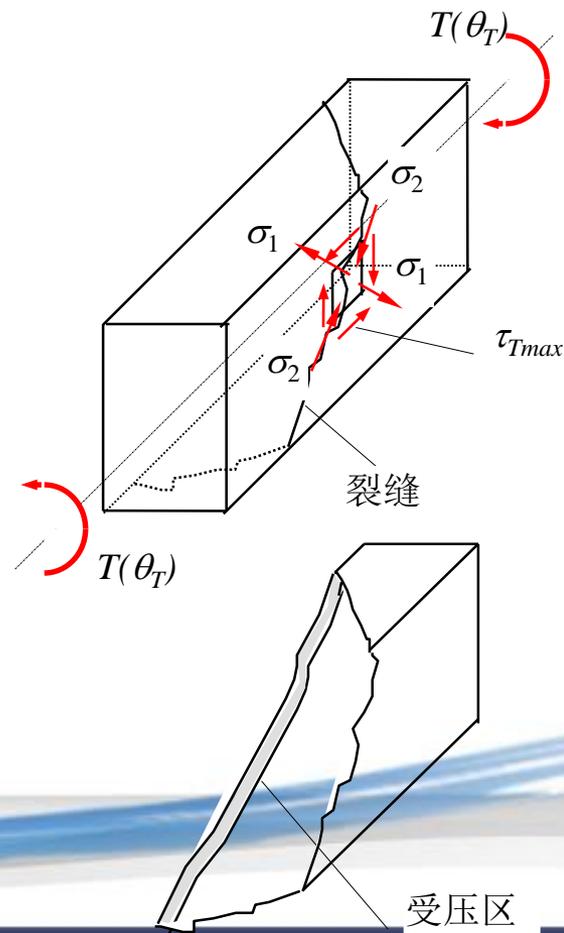
先在某长边中点开裂



形成一螺旋形裂缝，一裂即坏



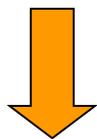
三边受拉，一边受压



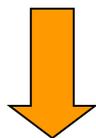


➤ 纯扭构件的破坏特征——钢砼构件

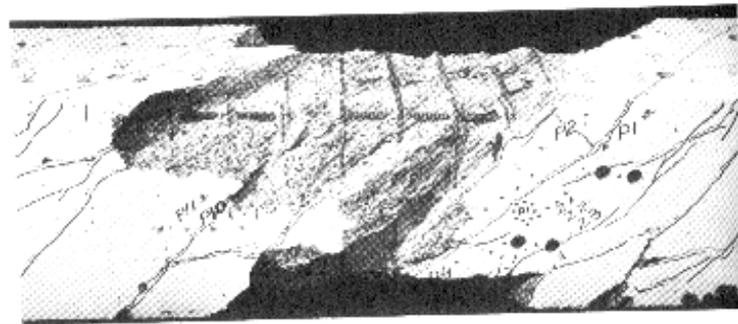
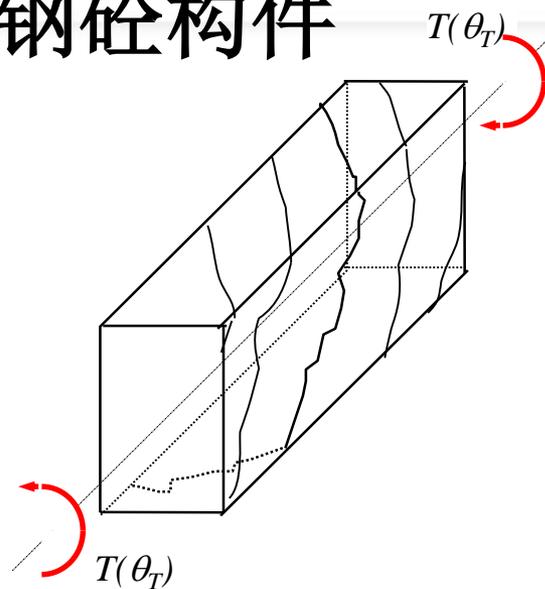
钢筋混凝土纯扭构件



开裂前钢筋中的应力很小



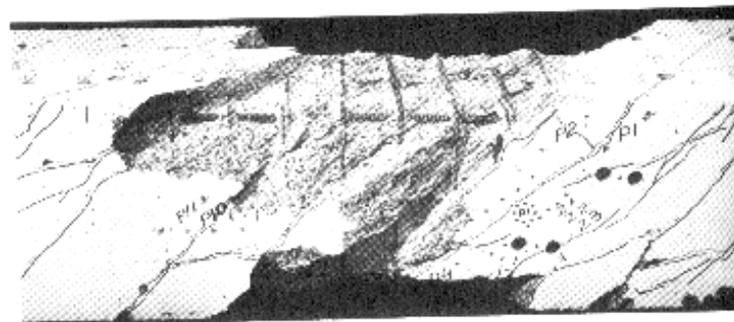
开裂后不立即破坏，裂缝可以不断增加，随着钢筋用量的不同，有不同的破坏形态





➤ 纯扭构件的破坏特征——钢砼构件

破坏形态



少筋破坏:
裂后钢筋应力激增, 构件破坏

适筋破坏:
裂后钢筋应力增加, 继续开裂, 钢筋屈服, 混凝土压碎, 构件破坏

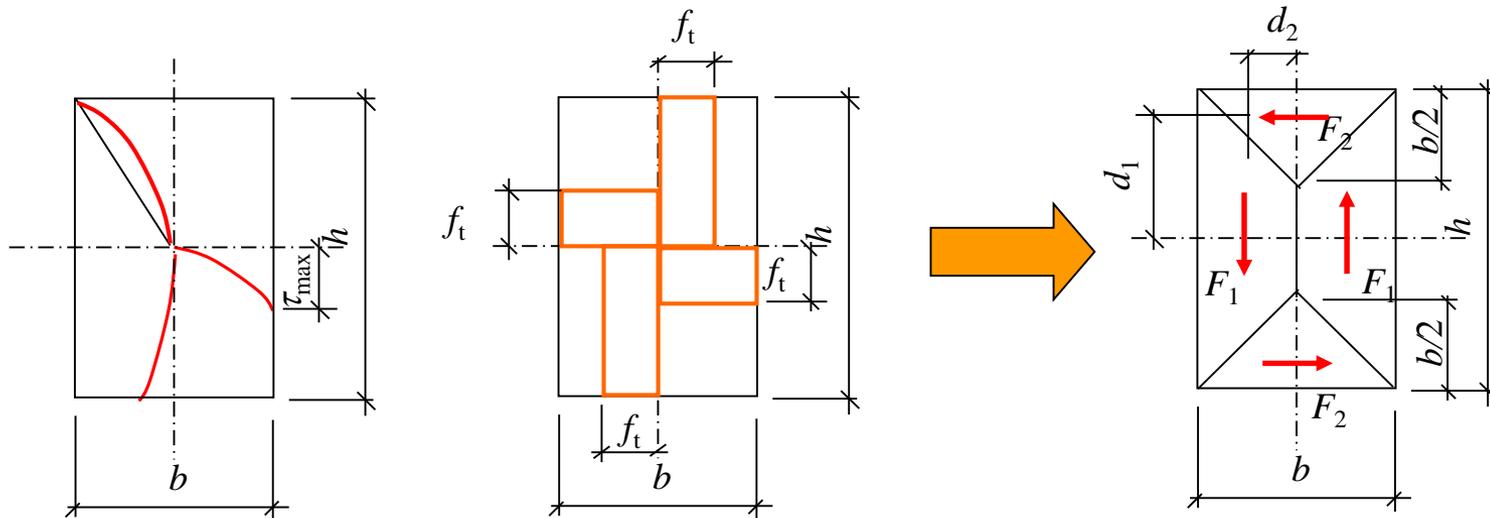
超筋破坏:
裂后钢筋应力增加, 继续开裂, 混凝土压碎, 构件破坏, 钢筋未屈服

部分超筋破坏:
裂后钢筋应力增加, 继续开裂, 混凝土压碎, 构件破坏, 纵筋或箍筋未屈服

设计时应避免出现



➤ 纯扭构件的开裂扭矩——矩形



弹性材料

理想弹塑性材料

$$T_{cr} = 2(F_1 d_1 + F_2 d_2) = \frac{b^2}{6} (3h - b) f_t = W_t f_t$$

矩形截面的抗扭塑性抵抗矩
亦可用砂堆比拟导出



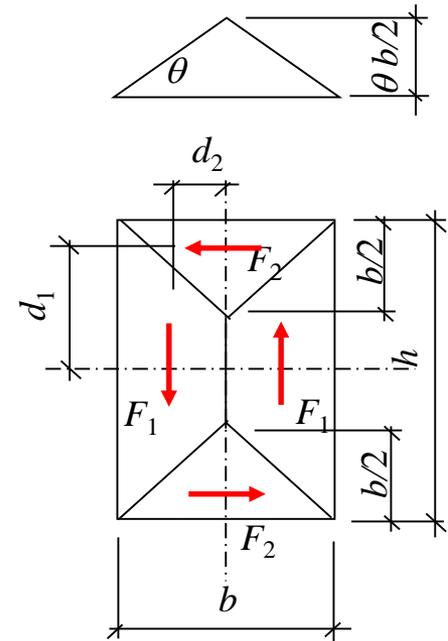
➤ 纯扭构件的开裂扭矩——矩形

砂堆比拟(Nadai)

$$V = \frac{1}{2} \theta \frac{b}{2} b(h-b) + \frac{1}{3} b^2 \theta \frac{b}{2} = \frac{b^2}{12} (3h-b)\theta$$



$$W_t = 2V / \theta = \frac{b^2}{6} (3h-b)$$



理想弹塑性材料



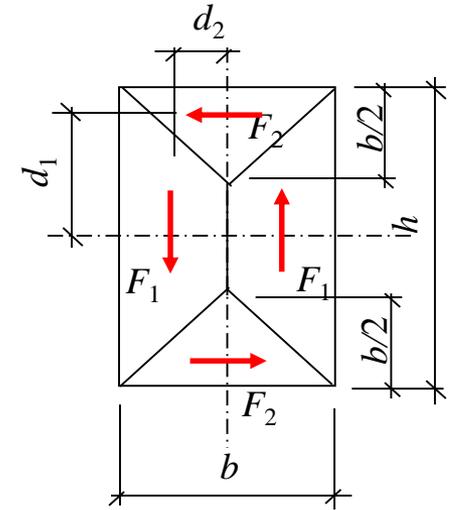
➤ 纯扭构件的开裂扭矩——矩形

$$T_{cr} = 2(F_1 d_1 + F_2 d_2) = \frac{b^2}{6} (3h - b) f_t = W_t f_t$$



混凝土材料并非理想弹塑性材料，故可取

$$T_{cr} = 0.7W_t f_t$$

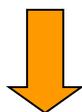


理想弹塑性材料



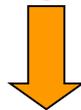
➤ 纯扭构件的开裂扭矩——异形

对T形I形截面的受扭构件，可分成若干个矩形求 T_{cr}^i 。再求和 ΣT_{cr}^i 。



划分矩形的原则：使 W_t 最大。以T形截面为例

$$V_f' = \phi \frac{h_f'^2}{4} (b_f' - b)$$

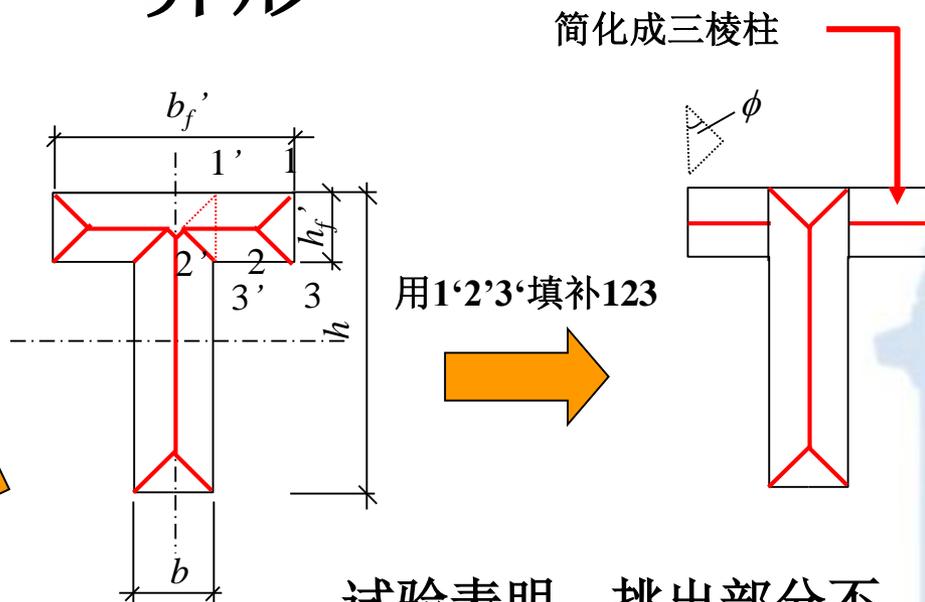


$$W_{tf}' = \frac{2V_f'}{\phi} = \frac{h_f'^2}{2} (b_f' - b)$$

同理



$$W_{tf} = \frac{h_f^2}{2} (b_f - b)$$



试验表明，挑出部分不应超过翼缘厚度的3倍

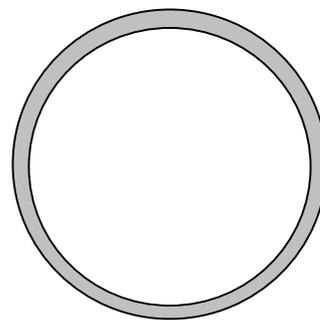


➤ 纯扭构件的开裂扭矩——闭口构件

砂堆体积 = 相应实心砂堆体积 - 将空心部分
看作是实心而得的砂堆体积



得出 W_t





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

• 基本假定

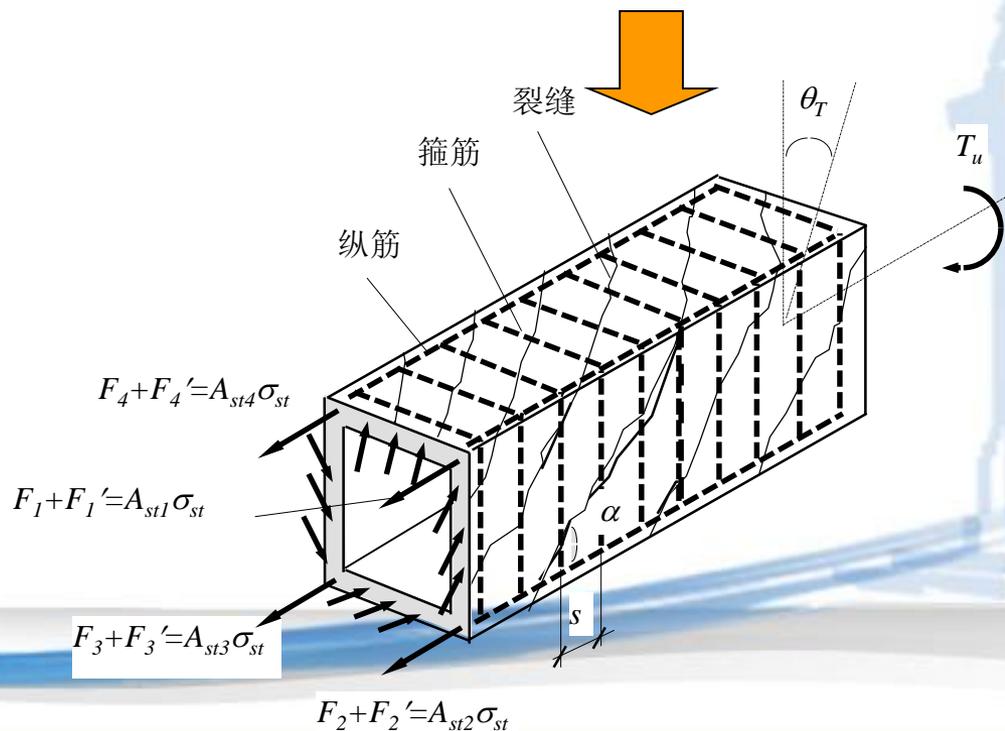
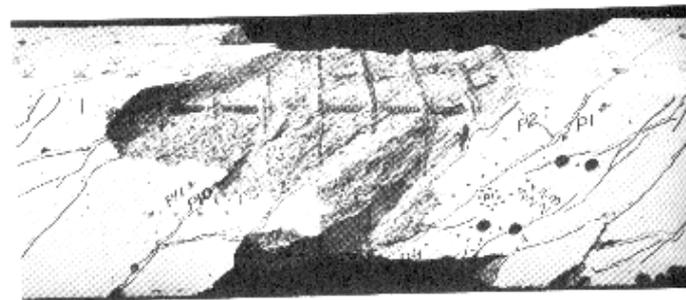
*箱形截面：忽略核芯区混凝土的作用

*空间桁架

*混凝土开裂后不承受拉力

*忽略混凝土斜杆的抗剪作用

*忽略纵筋和箍筋的销栓作用





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

- 承载力计算分析
- ## 抗扭承载力

定义剪力流



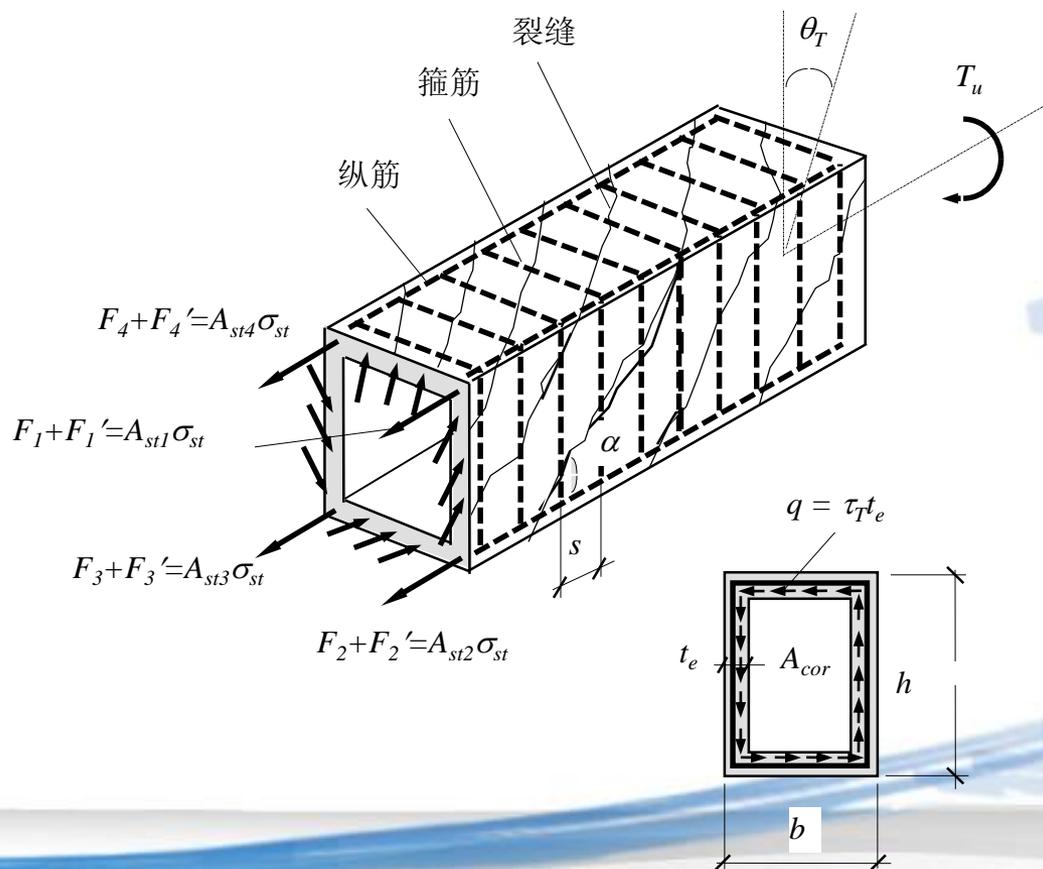
$$q = \tau_t t_e$$



抗扭承载力

$$T_u = 2A_{cor} q$$

剪力流中心线所包围的面积





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

- 承载力计算分析
- 纵筋的拉力

对隔离体ABCD

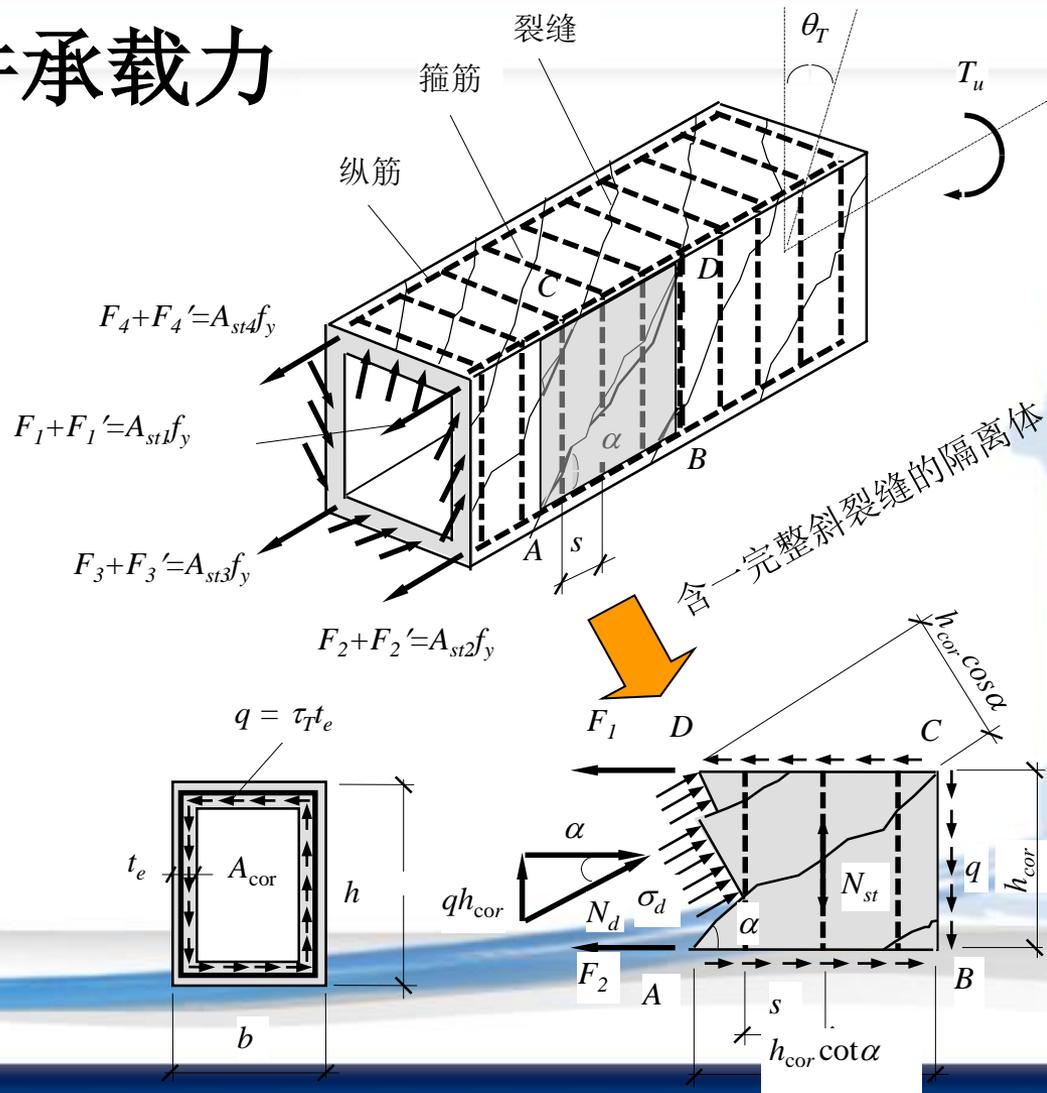
$$F_1 + F_2 = qh_{cor} \cot \alpha$$

相应其他三个面的隔离体

$$F_1' + F_4' = qb_{cor} \cot \alpha$$

$$F_4 + F_3 = qh_{cor} \cot \alpha$$

$$F_3' + F_2' = qb_{cor} \cot \alpha$$





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

• 承载力计算分析

纵筋的拉力

$$F_1 + F_2 = qh_{cor} \cot \alpha$$

$$F_1' + F_4' = qb_{cor} \cot \alpha$$

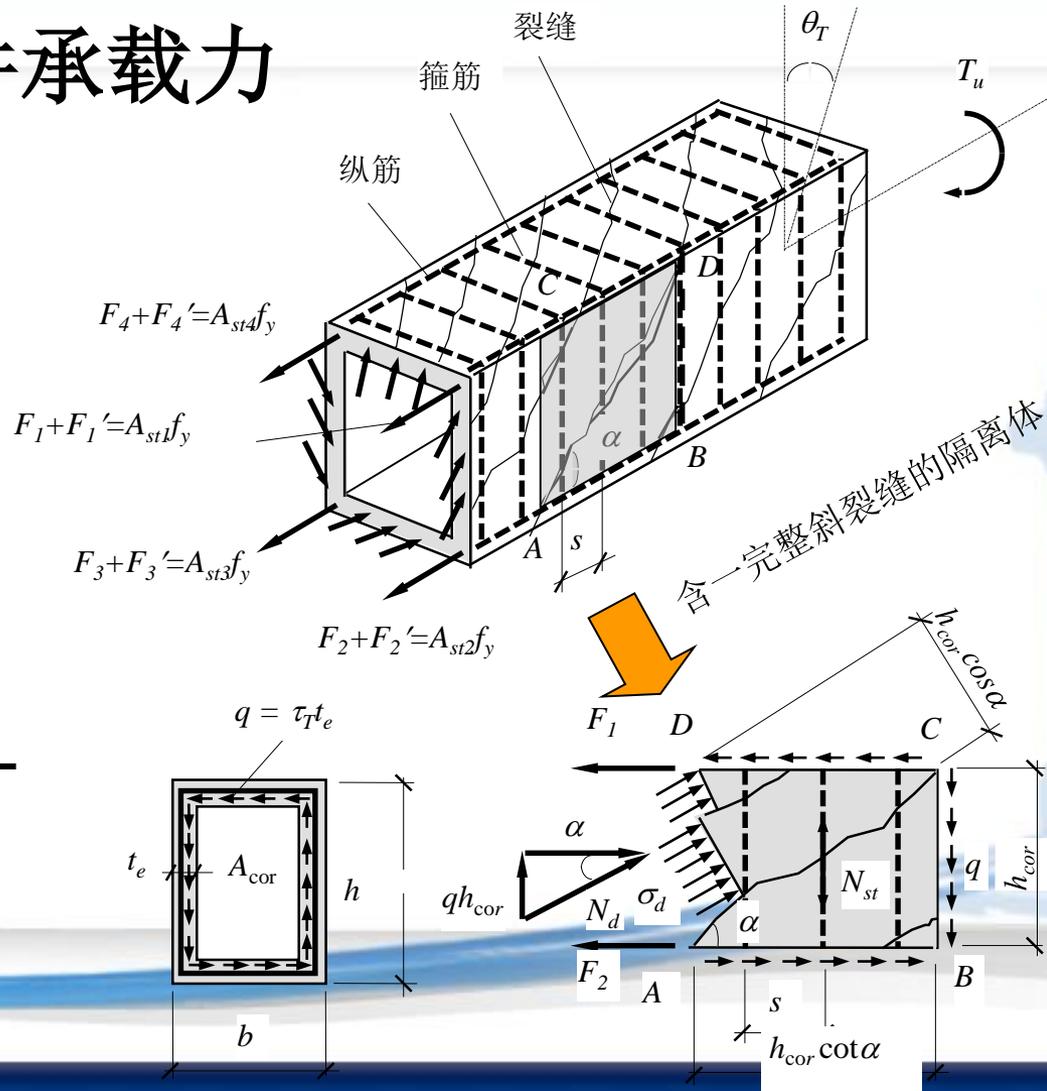
$$F_4 + F_3 = qh_{cor} \cot \alpha$$

$$F_3 + F_2' = qb_{cor} \cot \alpha$$

$$A_{st} f_y = F_1 + F_1' + F_2 + F_2' + F_3$$

$$+ F_3 + F_4 + F_4' = q\mu_{cor} \cot \alpha$$

如果配筋适中，纵筋可以屈服





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

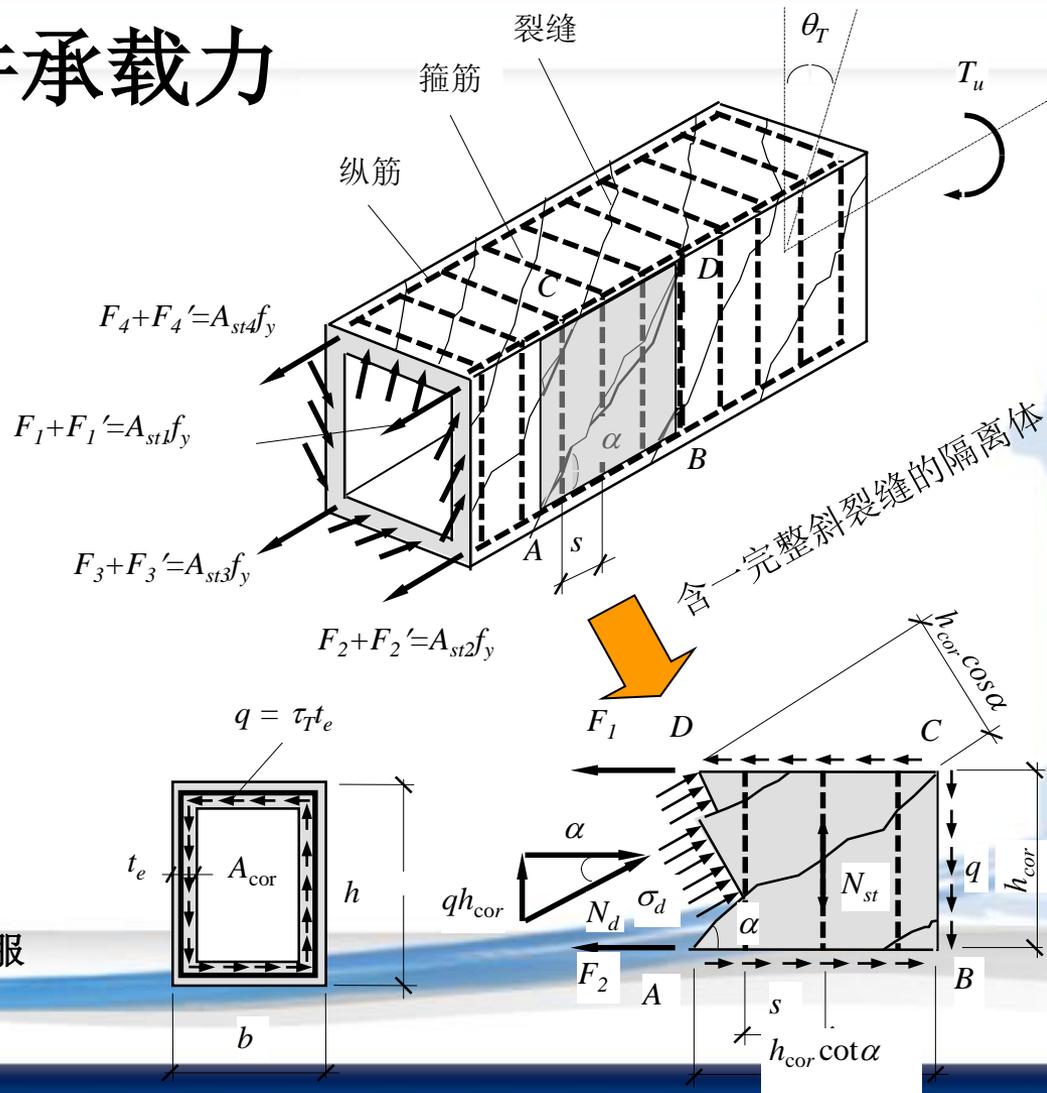
• 承载力计算分析

箍筋的拉力

对斜裂缝上半部分的隔离体ACD

$$N_{st} = A_{st1} f_{yv} \frac{h_{cor} \cot \alpha}{s} = qh_{cor}$$

如果配筋适中，箍筋亦可以屈服





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

• 承载力计算分析

纵筋与箍筋的配筋强度比

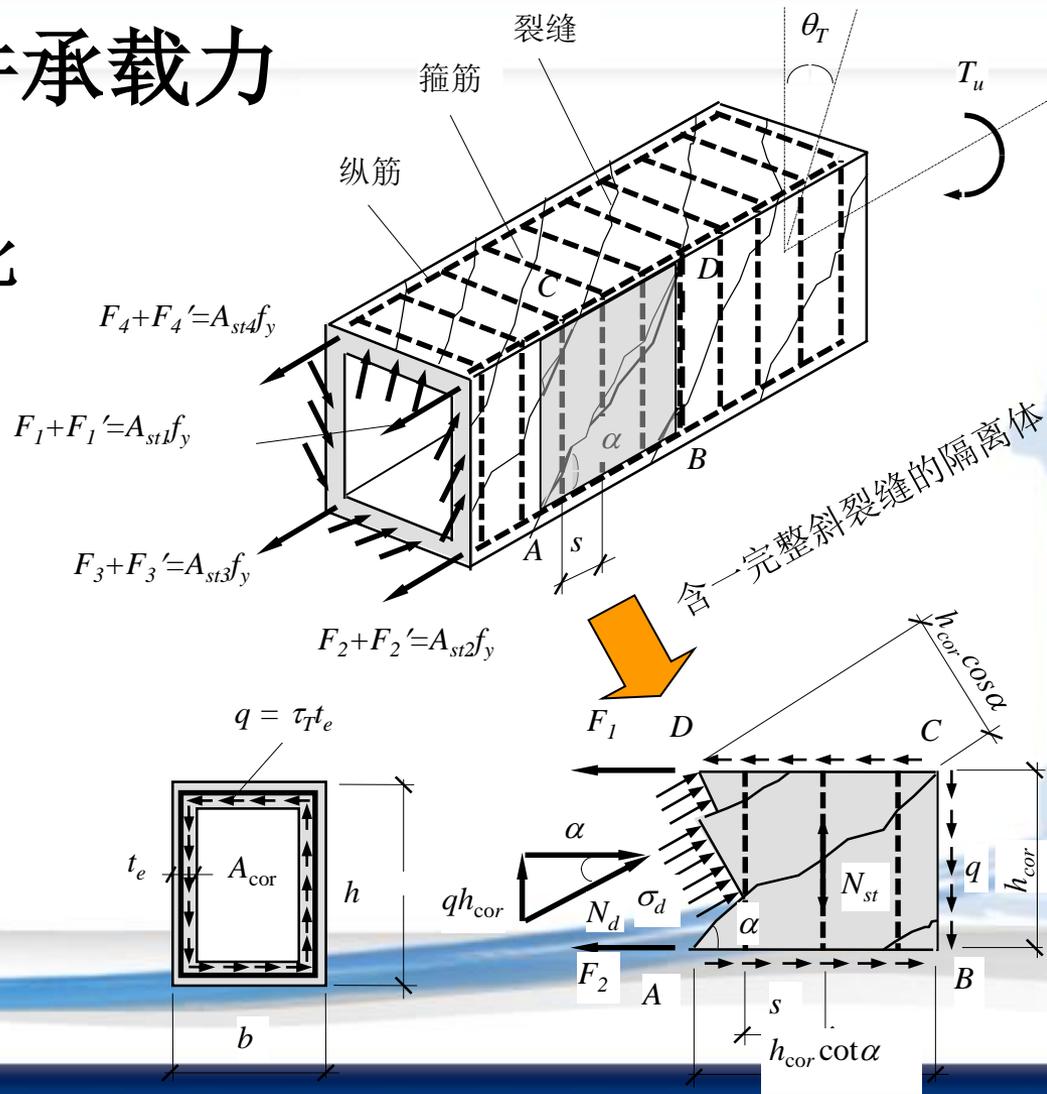
$$A_{stl} f_y = q \mu_{cor} \cot \alpha$$

$$A_{stl} f_{yv} \frac{h_{cor} \cot \alpha}{s} = q h_{cor}$$

消去 q

$$\cot \alpha = \sqrt{\frac{A_{stl} f_y s}{A_{stl} f_{yv} \mu_{cor}}} = \sqrt{\zeta}$$

纵筋与箍筋配筋强度比





➤ 矩形截面纯扭构件承载力

- 承载力计算分析
- ## 抗扭承载力的计算公式

$$A_{stl} f_y = q \mu_{cor} \cot \alpha$$

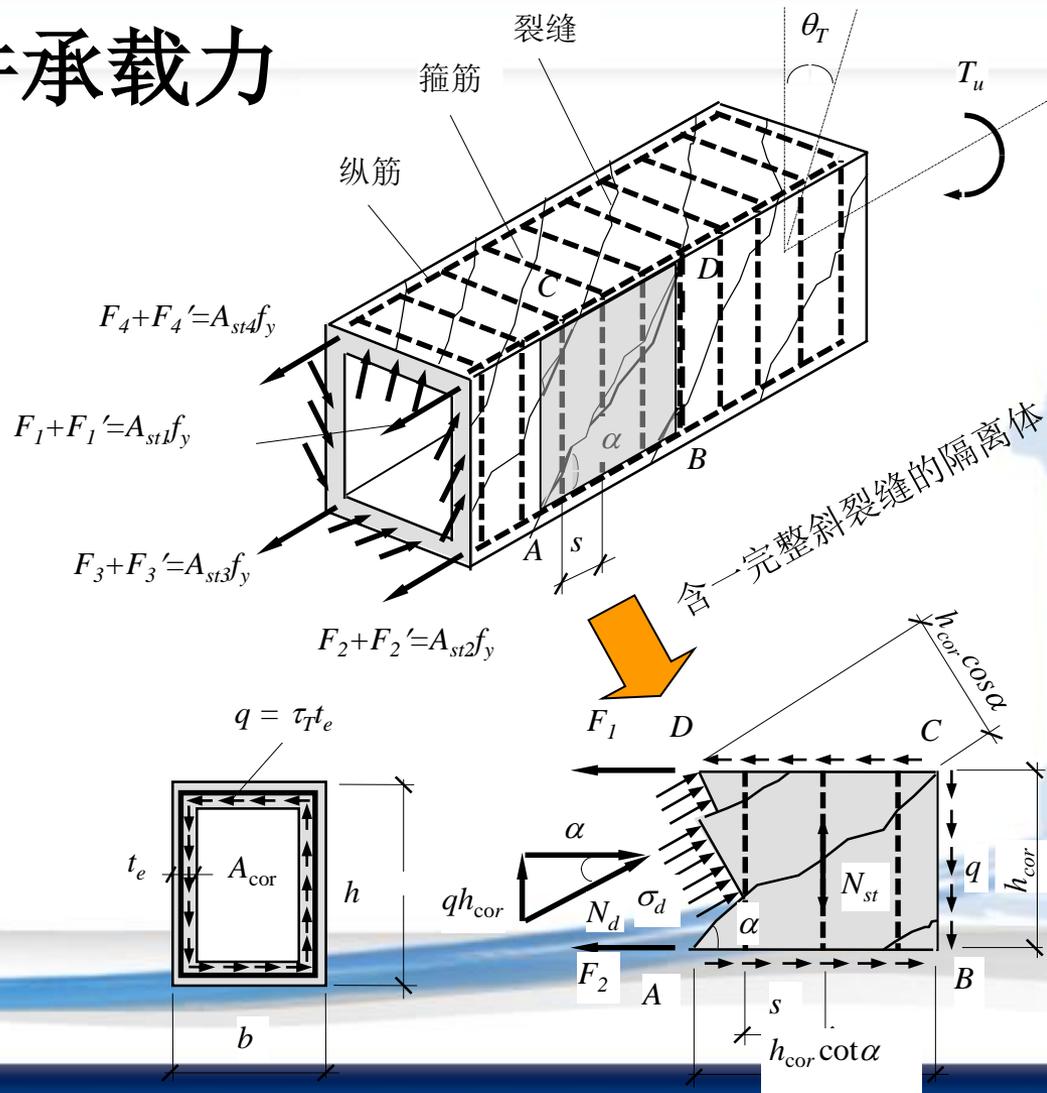
$$A_{stl} f_{yv} \frac{h_{cor} \cot \alpha}{s} = q h_{cor}$$

消去 α

$$q = \sqrt{\frac{A_{stl} f_y A_{stl} f_{yv}}{s \mu_{cor}}}$$

$$T_u = 2 A_{cor} q$$

$$T_u = 2 A_{cor} \sqrt{\zeta} \frac{A_{stl} f_{yv}}{s}$$

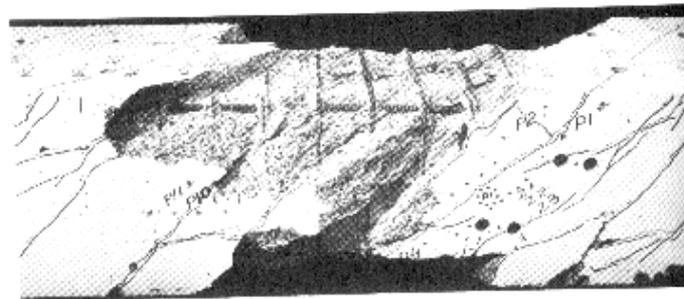




➤ 实用抗扭承载力公式

• 矩形截面

考虑混凝土和钢筋的共同贡献，经回归分析得出实用计算公式



$$T_u = 0.35W_t f_t + 1.2\sqrt{\zeta} \frac{A_{st1} f_{yv}}{s} A_{cor}$$

箍筋内皮所包围的面积，取截面尺寸减去保护层厚度算得

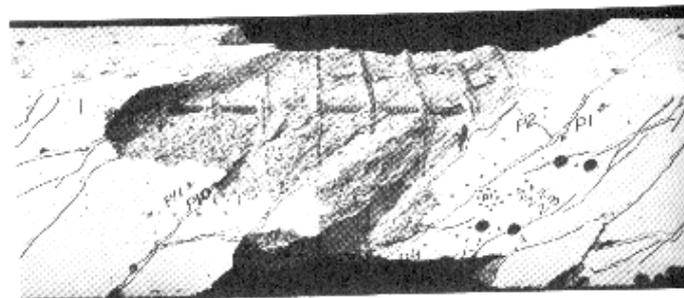
为保证纵、箍筋均能屈服，建议取0.6~1.7，当 $\zeta > 1.7$ 时，取 $\zeta = 1.7$ ，常用值的区间为1.0~1.3



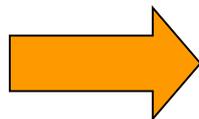
➤ 实用抗扭承载力公式

• 矩形截面

$$T_u = 0.35W_t f_t + 1.2\sqrt{\xi} \frac{A_{st1} f_{yv}}{S} A_{cor}$$



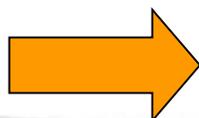
防止少筋破坏



$$\rho_{st} = \frac{A_{st}}{b_s} \geq \frac{0.28 f_t}{f_{yv}}$$

$$\rho_{stl} = \frac{A_{stl}}{bh} \geq \frac{0.85 f_t}{f_y}$$

防止超筋破坏



$$T \leq T_u = 0.2W_t \beta_c f_c, \text{ 当 } h_0 / b \leq 4 \text{ 时}$$

$$T \leq T_u = 0.16W_t \beta_c f_c, \text{ 当 } h_0 / b = 6 \text{ 时}$$

线性插值



► 实用抗扭承载力公式

• T形、I形截面

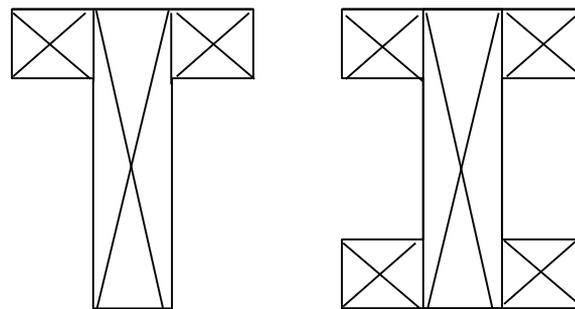
将截面分成若干个矩形截面，
求 T_{ui}



$$T_u = \sum T_{ui}$$



注意翼缘抗扭抵抗矩的计算



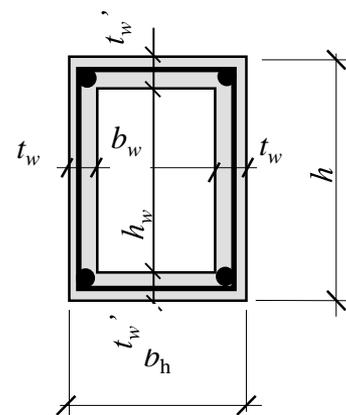


➤ 实用抗扭承载力公式

• 箱形截面

$$T_u = 0.35W_t \left(\frac{2.5t_w}{b_h} \right) f_t + 1.2\sqrt{\zeta} \frac{A_{svt1} f_{yv}}{s} A_{cor}$$

↙ $\frac{2.5t_w}{b_h} > 1.0$, 取 $\frac{2.5t_w}{b_h} = 1.0$



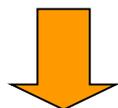


► 抗扭承载力计算公式应用

• 基于承载力的截面设计

矩形截面或箱形截面——设计步骤

验算截面尺寸： $T \leq (0.16 \sim 0.2)\beta_c W_t f_c$



选定 $\zeta = 1.0 \sim 1.3$



由设计公式求 $\frac{A_{st1}}{s} \rightarrow \rho_{vt} = \frac{A_{st}}{bs} \geq 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}} \rightarrow s \rightarrow A_{st1}$



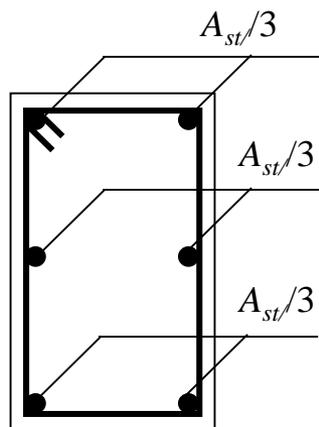
由 $\zeta, A_{st1} \rightarrow$ 确定 $A_{stl} \rightarrow \rho_{stl} = \frac{A_{stl}}{bh} \geq 0.85 \frac{f_t}{f_y}$



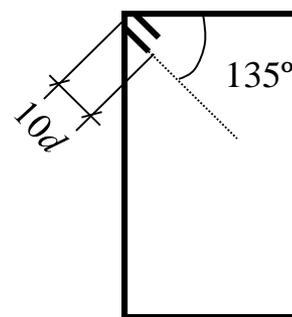
➤ 抗扭承载力计算公式应用

• 基于承载力的截面设计

矩形截面或箱形截面——构造要求



纵筋沿截面均匀布置，否则亦可能出现局部超筋，对设计题可能会出现不安全的结果



箍筋带 135° 的弯钩，当采用复合箍时，位于内部的箍筋不应计入受扭箍筋的面积



► 抗扭承载力计算公式应用

• 基于承载力的截面设计——T、I形

验算截面尺寸： $T \leq (0.16 \sim 2.0)W_t \beta_c f_c$

将截面分成若干个矩形

求每个矩形所承担的扭矩： $T_w = \frac{W_{tw}}{W_t} T, T_{f'} = \frac{W_{f'}}{W_t} T, T_f = \frac{W_f}{W_t} T$

选定 $\zeta = 1.0 \sim 1.3$

由设计公式求每个矩形： $\frac{A_{stl}}{s} \rightarrow \rho_{vt} = \frac{A_{st}}{bs} \geq 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}} \rightarrow s \rightarrow A_{stl}$

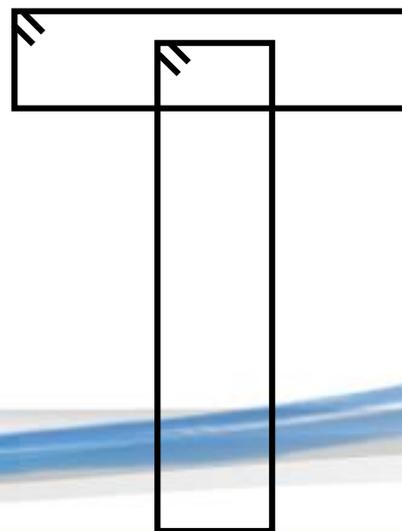
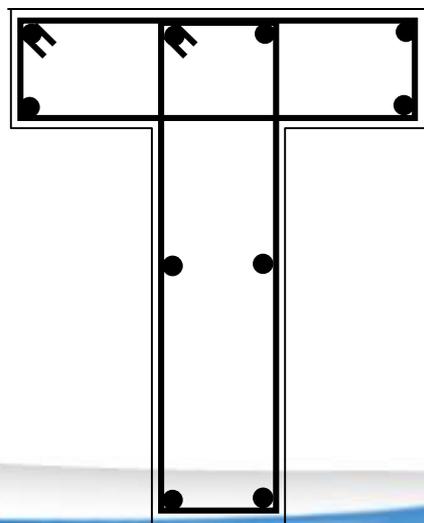
由 $\zeta, A_{stl} \rightarrow$ 确定 $A_{stl} \rightarrow \rho_{stl} = \frac{A_{stl}}{bh} \geq 0.85 \frac{f_t}{f_y}$



► 抗扭承载力计算公式应用

- 基于承载力的截面设计

T形截面或I形截面——配筋构造



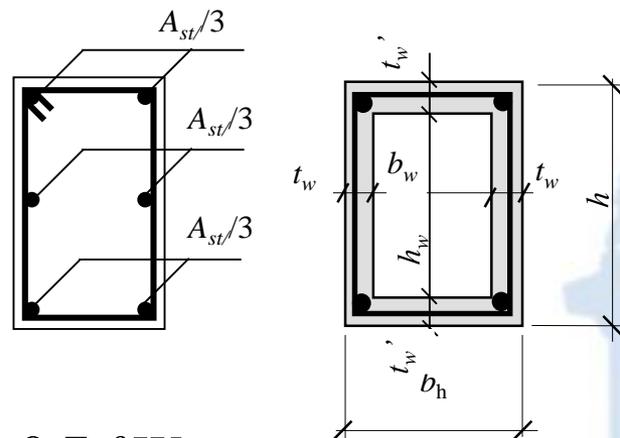


➤ 抗扭承载力计算公式应用

• 既有构件截面承载力

矩形截面或箱形截面

按纵筋均匀布置的原则，确定抗扭纵筋的截面积



验算：

$$\begin{cases} A_{st}/bs \geq 0.28 f_t / f_{yv} \\ A_{st}/bh \geq 0.85 f_t / f_y \end{cases}$$

不满足其中的一项

矩形： $T_u = 0.7 f_t W_t$

箱形： $T_u = 0.7 f_t \left(\frac{2.5 t_w}{bh} \right) W_t$

求 ζ ，若 $\zeta > 1.7$ ，取 $\zeta = 1.7$

由基本公式求： $T_u = T_c + T_s \leq (0.16 \sim 2.0) W_t \beta_c f_c$

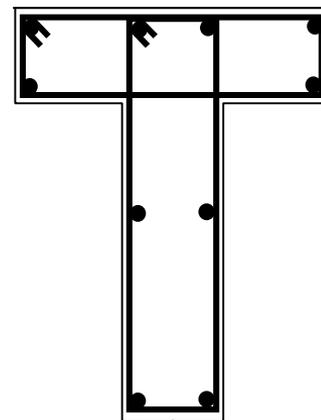


► 抗扭承载力计算公式应用

- 既有构件截面承载力——T形与I形

T形截面或I形截面

$$T_u = \sum T_{ui}$$

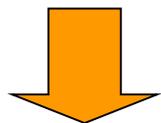


步骤和矩形截面类似，不予赘述！

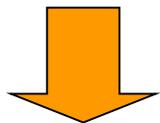


➤ 弯剪扭构件破坏特征

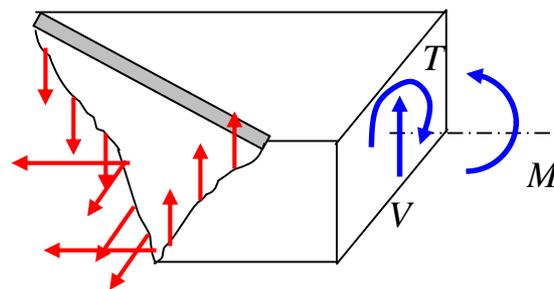
V 不起控制作用，且
 T/M 较小，配筋适量时



斜裂缝首先在弯曲受拉的
底部开裂，再发展



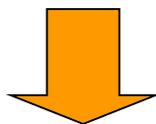
破坏时，底部受拉纵筋已屈服



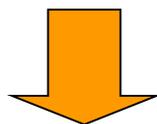


➤ 弯剪扭构件破坏特征

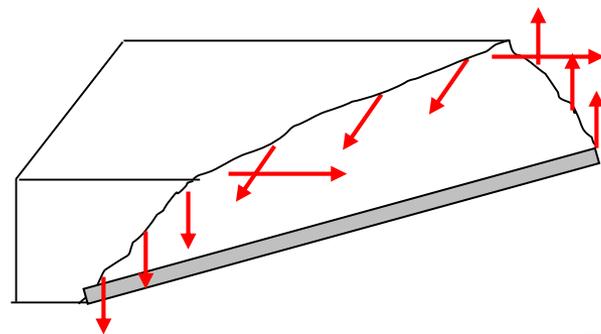
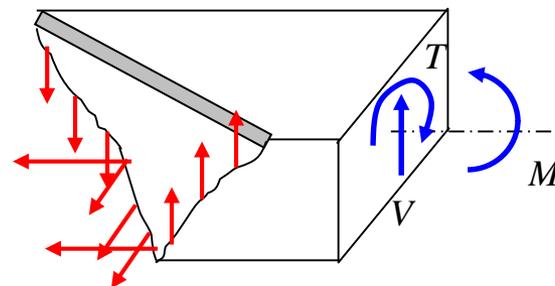
V 不起控制作用， T/M 较大，且 $A_s' < A_s$ 时



由 M 引起的 A_s' 的压力不足以抵消 T 引起的 A_s' 中的拉力



由于 $A_s' < A_s$ ， A_s' 先受拉屈服，之后构件破坏



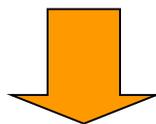


➤ 弯剪扭构件破坏特征

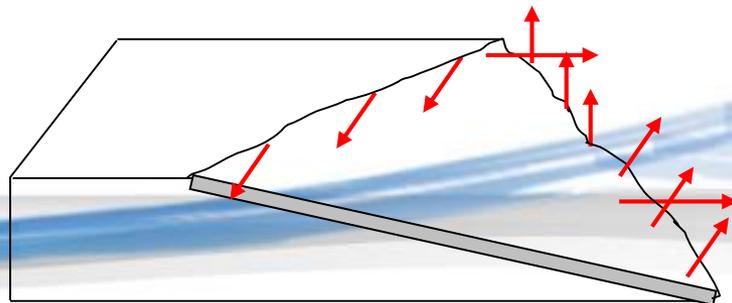
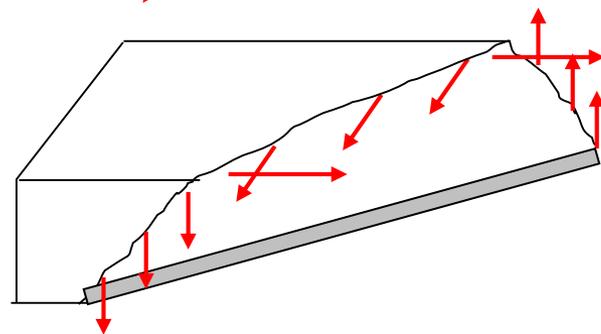
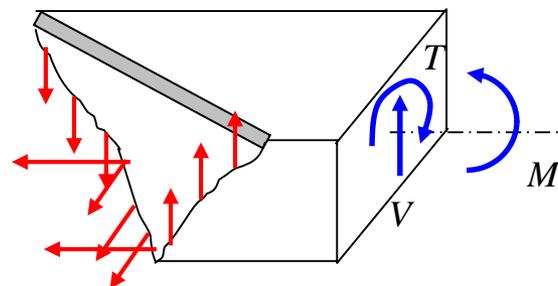
M 不起控制作用



V 、 T 的共同工作使得一
侧混凝土剪应力增大，一
侧混凝土应力减小



剪应力大的一侧先受拉开裂，
最后破坏， T 很小时，仅发生剪
切破坏

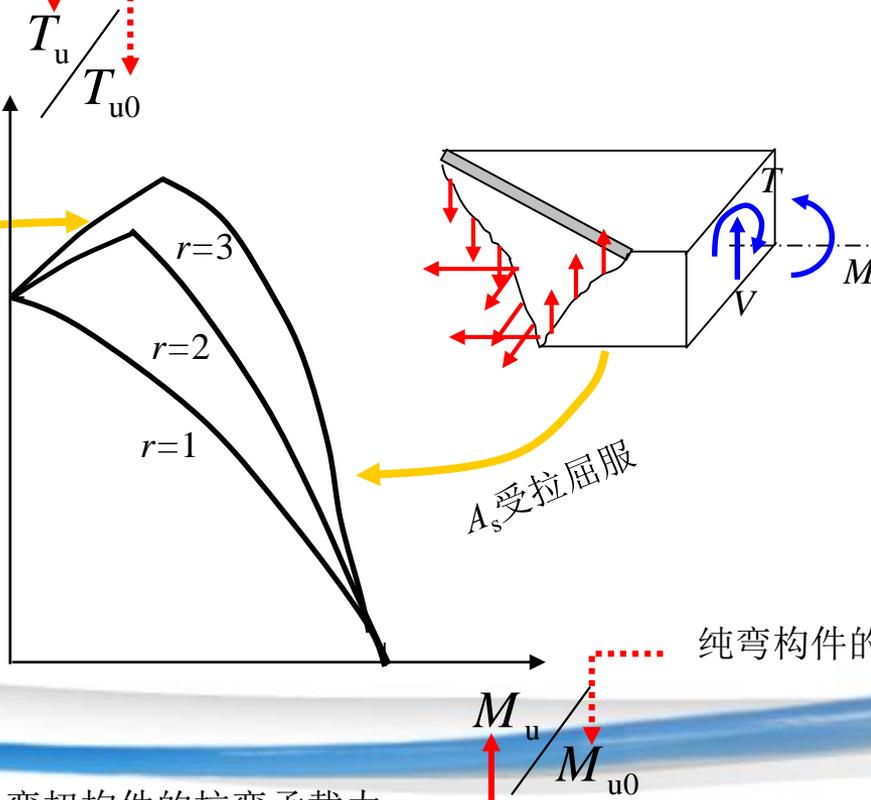




弯扭作用下截面承载力

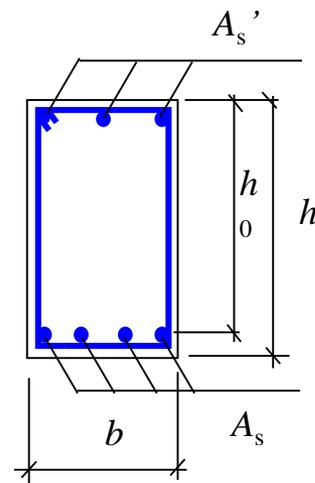
弯扭构件的抗扭承载力

纯扭构件的抗扭承载力



A_s 受拉屈服

A_s 受拉屈服



$$r = \frac{A_s f_y}{A_s' f_y'}$$

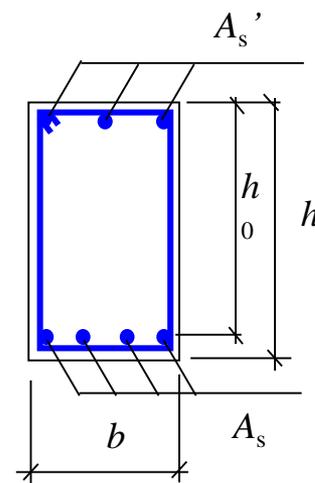
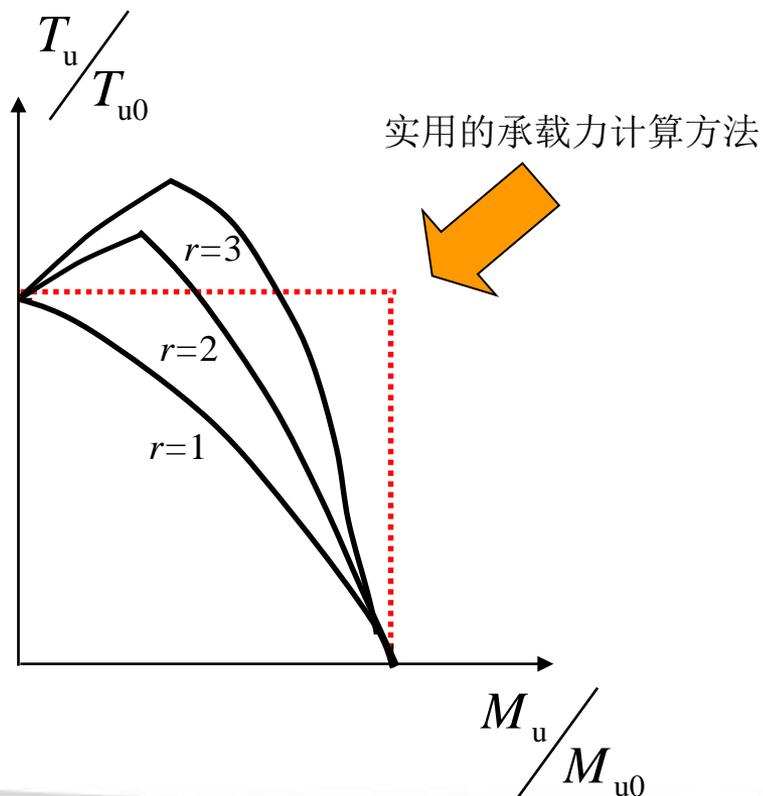
弯扭构件的抗弯承载力

纯弯构件的抗弯承载力



➤ 弯扭作用下截面承载力

确定弯扭钢筋后，分别计算其抗弯和抗扭承载力，不考虑弯、扭的相关作用

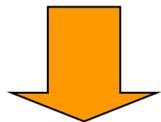


$$r = \frac{A_s f_y}{A_s' f_y'}$$

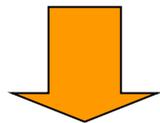


➤ 剪扭作用下截面承载力

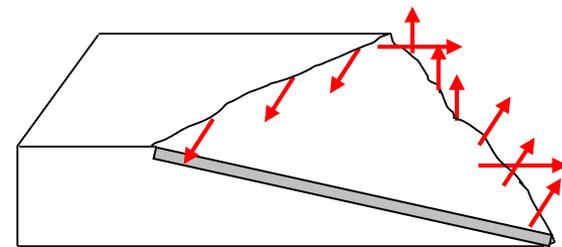
$$V_u = V_c + V_s \quad T_u = T_c + T_s$$



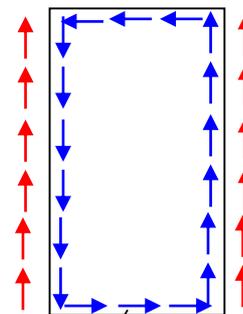
只考虑 V_c 、 T_c 的相关性，
不考虑 V_s 、 T_s 的相关性



得出公式后再用试验验证



V引起的剪应力



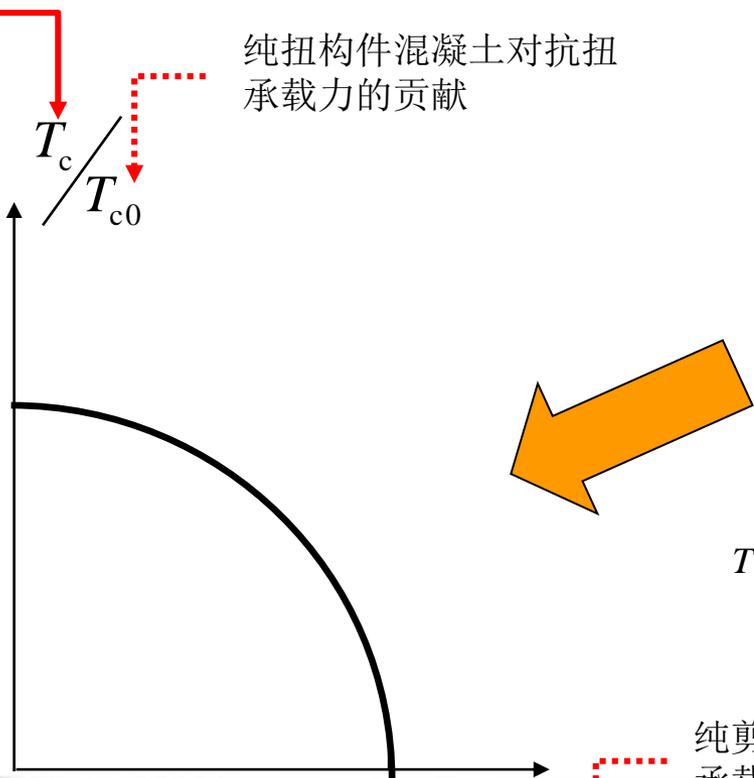
T引起的剪应力



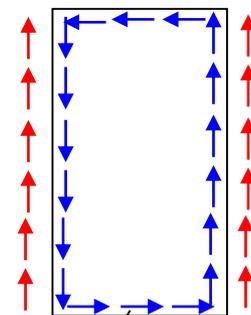
剪扭作用下截面承载力

扭剪构件混凝土对抗扭承载力的贡献

纯扭构件混凝土对抗扭承载力的贡献



V引起的剪应力



T引起的剪应力

纯剪构件混凝土对抗剪承载力的贡献

扭剪构件混凝土对抗剪承载力的贡献

V_c/V_{c0}



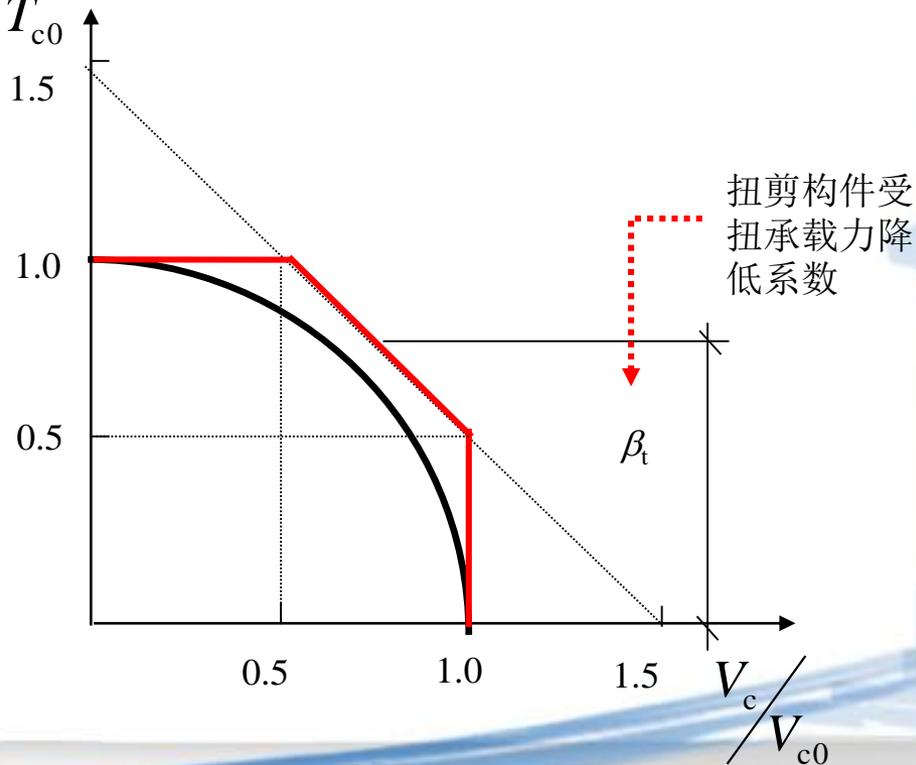
剪扭作用下截面承载力

$0.5 < V_c/V_{c0} < 1.0, 0.5 < T_c/T_{c0} < 1.0$ 时 T_c/T_{c0}

$$V_c/V_{c0} + T_c/T_{c0} = 1.5$$

$$T_c/T_{c0} = \beta_t$$

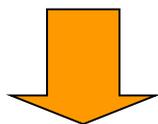
$$\beta_t = \frac{1.5}{1 + \frac{V_c/V_{c0}}{T_c/T_{c0}}}$$





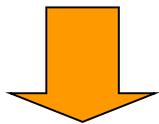
➤ 剪扭作用下截面承载力

$$\beta_t = 0.5 \text{ 时, } \frac{V_c}{V_{c0}} = 1.0$$

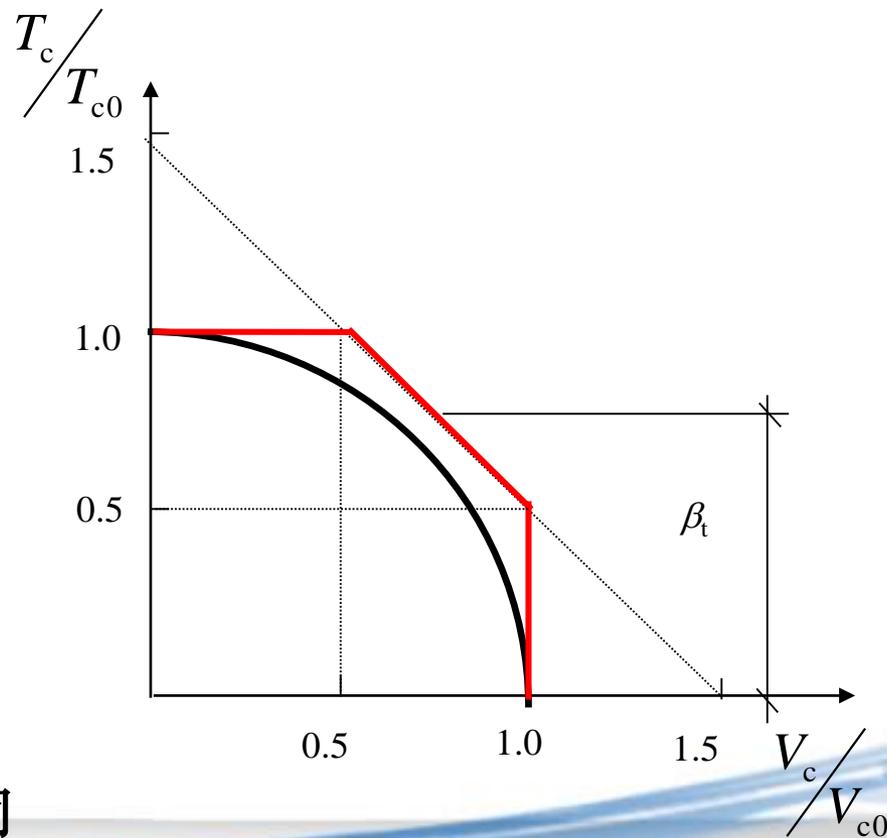


扭矩对抗剪承载力无影响

$$\beta_t = 1.0 \text{ 时, } \frac{T_c}{T_{c0}} = 1.0$$



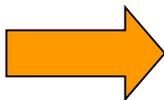
剪力对抗扭承载力无影响





➤ 弯剪扭构件实用计算公式

- 均布荷载作用下矩形截面及T形I形截面

弯和扭分开计算  抗弯钢筋布置在构件的受拉区，抗扭纵筋沿截面均匀布置

剪和扭考虑混凝土部分的相关关系

$$V_{c0} = 0.7 f_t b h_0, T_{c0} = 0.35 W_t f_t \quad \text{orange arrow pointing right}$$

$$\beta_t = \frac{1.5}{1 + \frac{V_c W_t}{T_c b h_0}}$$

$$V_u = 0.7(1.5 - \beta_t) b h_0 f_t + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

$$\frac{V_u}{b h_0} + \frac{T_u}{0.8 W_t} \leq 0.25 \beta_c f_c$$

$$T_u = 0.35 \beta_t W_t f_t + 1.2 \sqrt{\zeta} \frac{f_{yv} A_{svt1}}{s} A_{cor}$$

$$\rho_{st, \min} = 0.6 \sqrt{\frac{T_u}{V_u b} \frac{f_t}{f_y}}, \rho_{svt, \min} = 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}}$$



➤ 弯剪扭构件实用计算公式

- 集中荷载为主的矩形截面独立构件

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1} (1.5 - \beta_t) b h_0 f_t + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

$$\beta_t = \frac{1.5}{1 + 0.2(\lambda + 1) \frac{V_c W_t}{T_c b h_0}}$$

其他和上一节相同



➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

• 基于承载力的截面设计

矩形截面或箱形截面为例——步骤一：扭剪钢筋

$$\text{验算截面尺寸: } \frac{T}{0.8W_t} + \frac{V}{bh_0} \leq 0.25\beta_c f_c$$



$$\text{计算: } \beta_t = \frac{1.5}{1 + 0.5 \frac{VW_t}{Tbh_0}}, (\beta_t = \frac{1.5}{1 + 0.2(\lambda + 1) \frac{VW_t}{Tbh_0}})$$



分别按照扭、剪公式计算相应配筋



➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

- 基于承载力的截面设计

矩形截面或箱形截面为例——步骤二：受弯钢筋

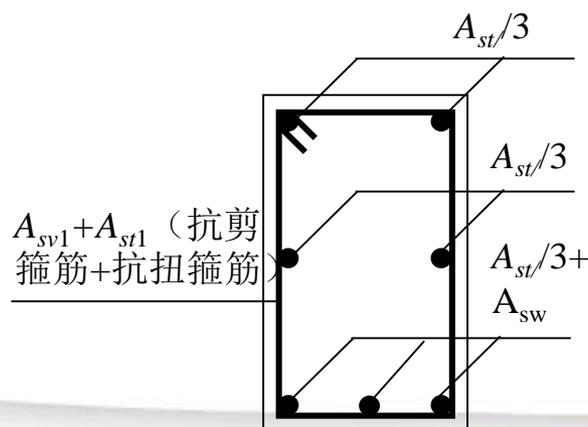
按照单筋矩形截面受弯构件的正截面承载力计算公式计算受弯钢筋（纵筋）



➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

• 基于承载力的截面设计

矩形截面或箱形截面为例——步骤三：截面配筋





➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

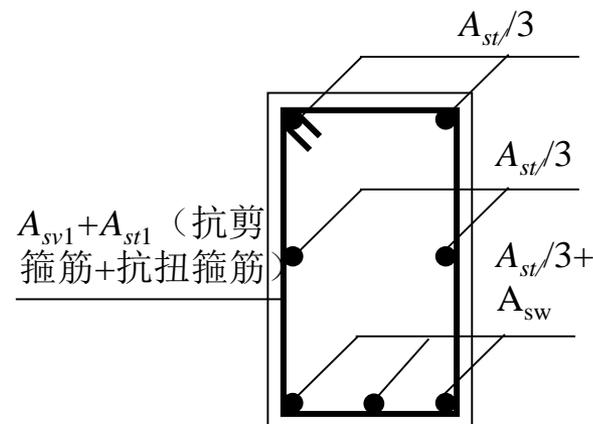
• 既有构件承载力

矩形截面或箱形截面——步骤一：抗弯承载力

确定抗弯和抗扭纵筋



确定抗弯承载力





➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

• 既有构件承载力

矩形截面或箱形截面——步骤二：确定抗扭、抗剪箍筋

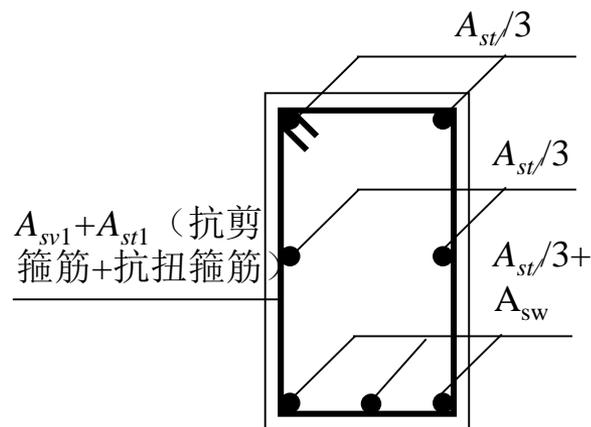
$$\zeta = \frac{A_{stl} f_y s}{A_{st1} f_{yv} \mu_{cor}}$$



A_{st}



A_{sv1}



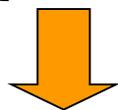


➤ 弯剪扭构件承载力公式应用

• 既有构件承载力

矩形截面或箱形截面——步骤三：确定扭剪承载力

假定 $0.5 \leq \beta_t \leq 1.0$



按照相关公式求 V_u 、 T_u



$$\frac{V_u}{bh_0} + \frac{T_u}{0.8W_t} \leq 0.25\beta_c f_c$$



若 $\rho_{stl} < 0.6 \sqrt{\frac{T_u}{V_u b} \frac{f_t}{f_y}}$ ，不考虑纵筋的作用；若 $\rho_{st,min} < 0.28 \frac{f_t}{f_{yv}}$ ，不考虑箍筋的作用

