同济大学
TONGJI UNIVERSITY

混凝土结构基本原理

第七章　构件受剪性能与计算

任晓丹
同济大学建筑工程系
www.renxiaodan.com
rxdtj@tongji.edu.cn
同济大学土木楼A413

太极拳

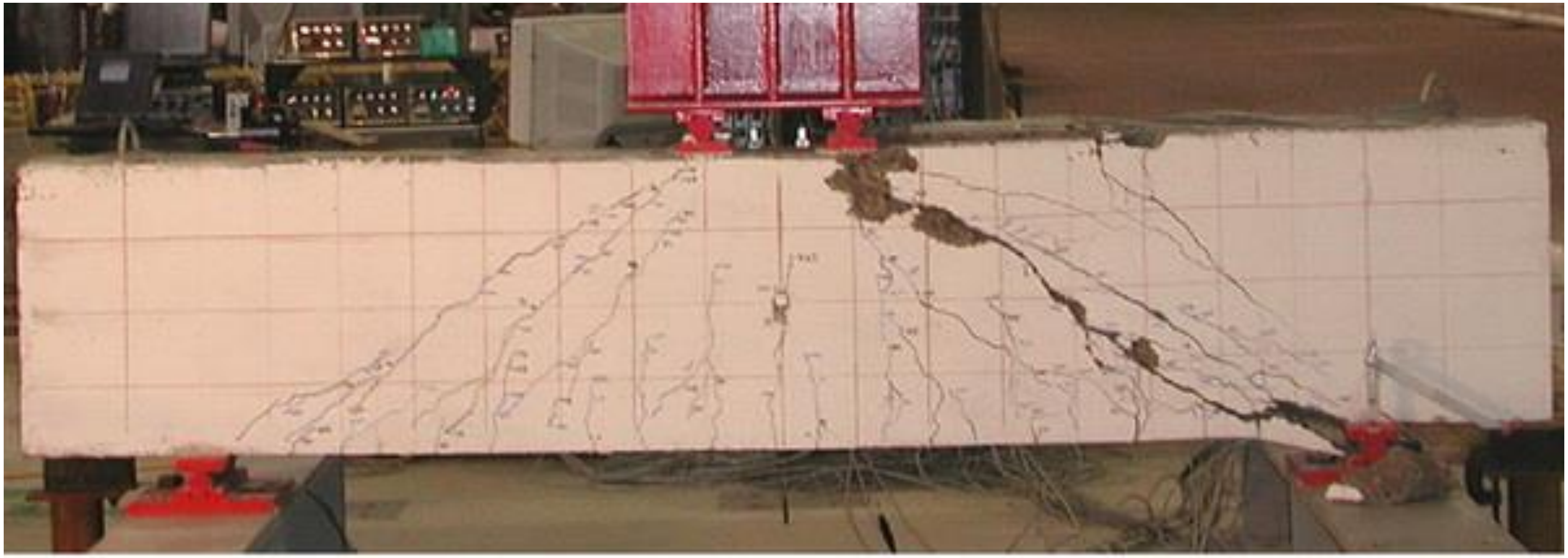
- 剪切破坏

同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

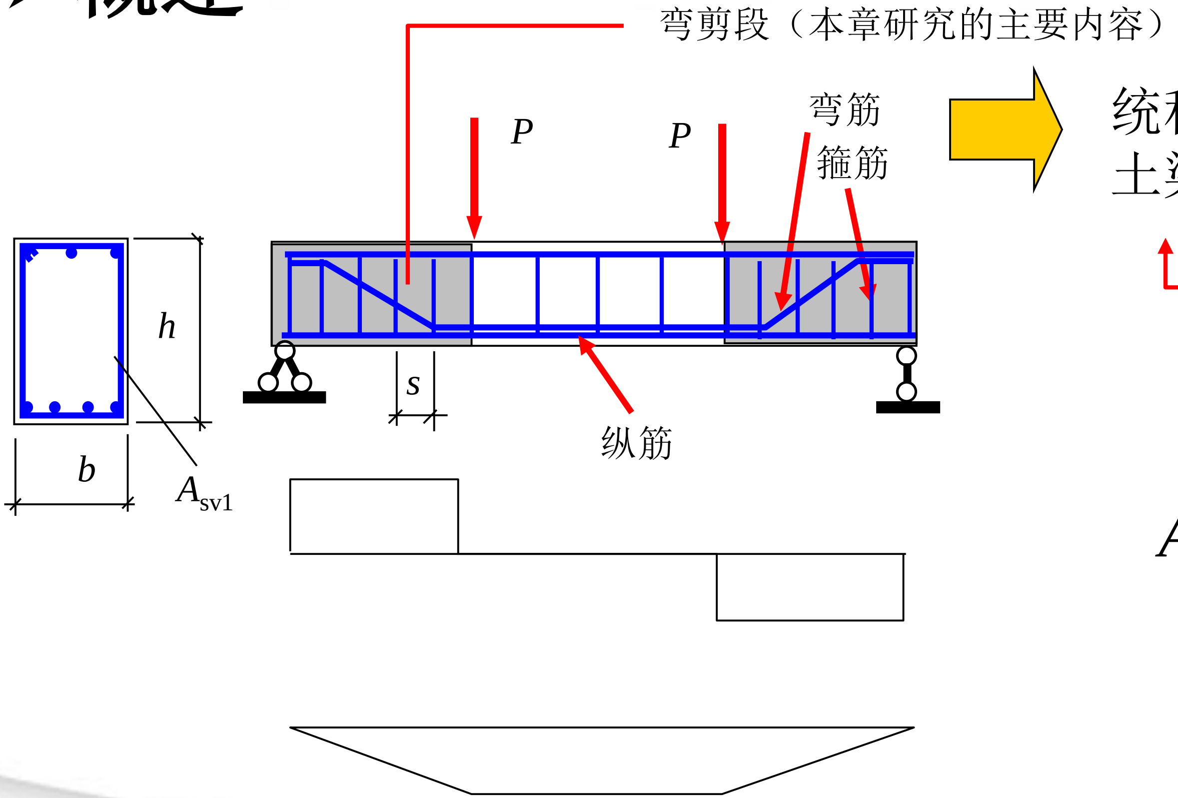
➢剪切破坏

同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

➢剪切破坏



➢概述



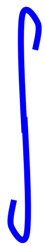
统称腹筋——帮助混凝土梁抵御剪力

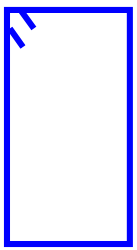
有腹筋梁——既有纵筋又有腹筋
无腹筋梁——只有纵筋无腹筋

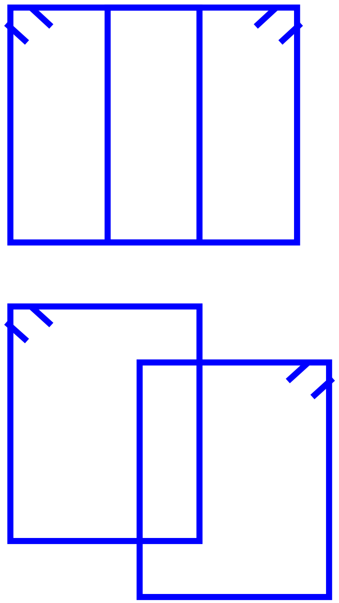
$$A_{sv} = nA_{sv1}$$

箍筋肢数

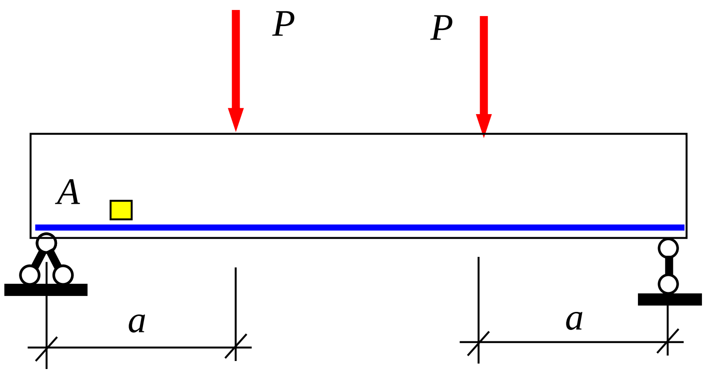
➢概述

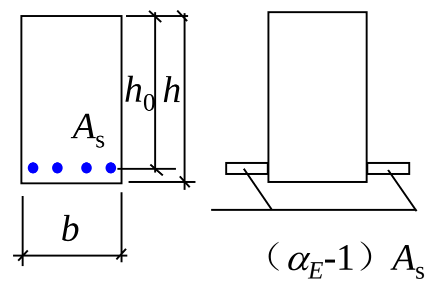

单肢箍n=1


双肢箍n=2

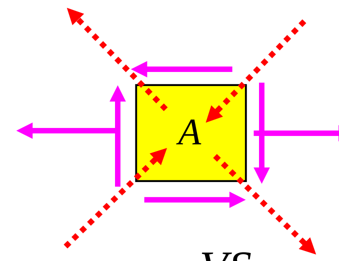

四肢箍n=4

➢简支无腹筋梁的抗剪机制——构件开裂





$$\sigma_{tp}=\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2}\qquad \sigma_{cp}=\frac{\sigma}{2}-\sqrt{\frac{\sigma^2}{4}+\tau^2}$$



$$\sigma=\frac{My}{I_0}$$

$$\tau=\frac{VS}{bI_0}$$

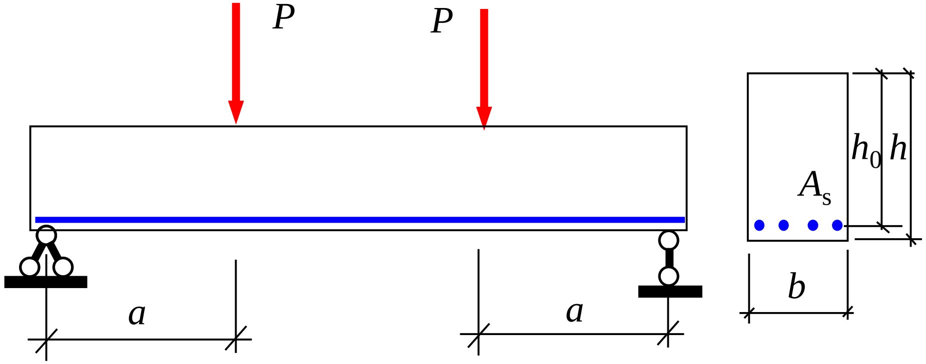
当$\sigma_{tp}^{max}>f_t$(二轴抗拉强度)时，梁的剪弯段开裂，出现斜裂缝

根据a的不同(M和V比值不同) ➡ 裂缝可能由截面中部开始出现（腹剪裂缝）

裂缝可能由截面底部开始出现

➢简支无腹筋梁的抗剪机制——构件开裂

引入一名词：剪跨比



计算剪跨比

广义剪跨比

$$\lambda = a/h_0 = Va/Vh_0 = M/Vh_0$$

反映了集中力作用截面处弯矩M和剪力V的比例关系

➢破坏形态

λ<1

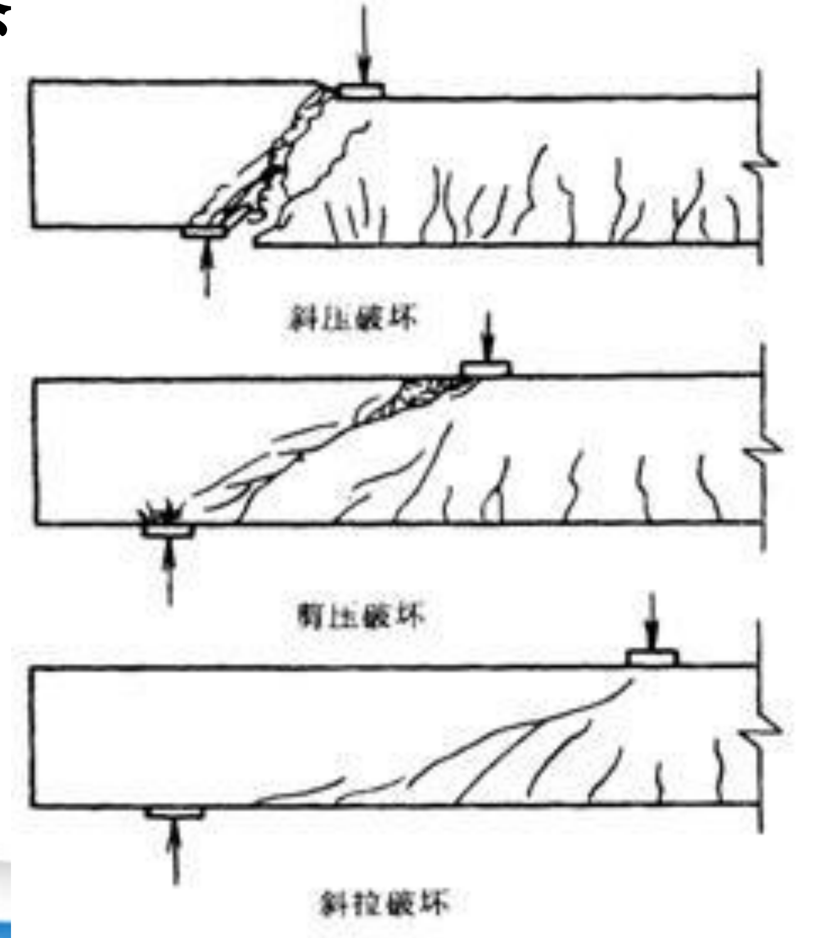
时斜压破坏

1 ≤ λ≤3

时剪压破坏

λ>3

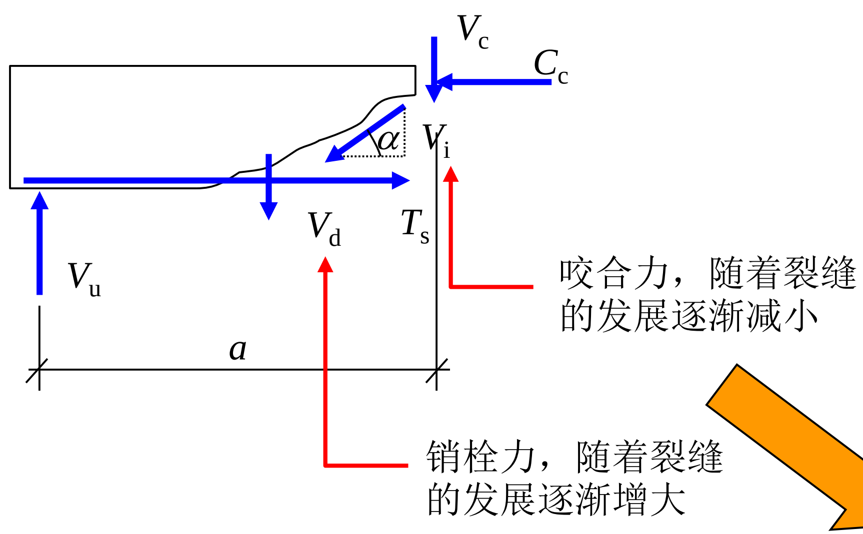
时斜拉破坏



所有的破坏均表现为脆性！

➢简支无腹筋梁的抗剪机制

以剪压破坏为例(相对于斜压破坏和斜拉破坏，它更能给人以破坏预告)



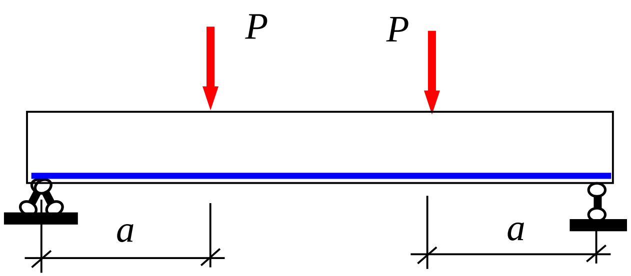
$$\sum X = 0, C_c = T_s - V_i \cos\alpha$$

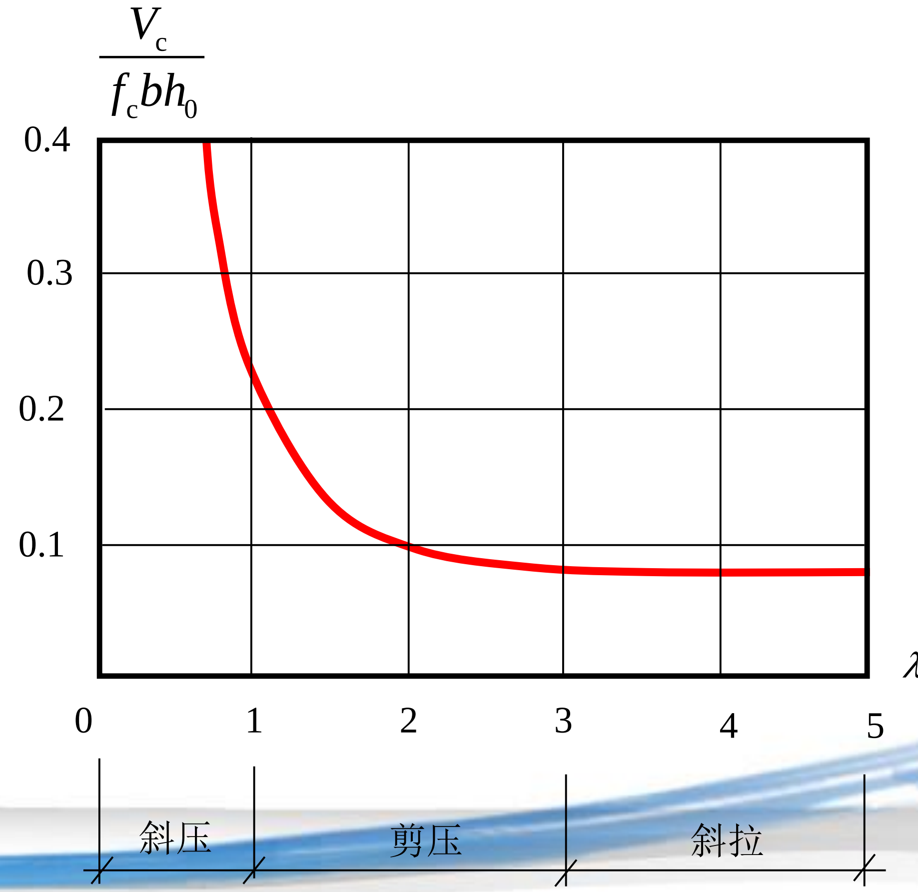
$$\sum Y = 0, V_u = V_c + V_i \sin\alpha + V_d$$

数值很难估计

➢影响无腹筋梁抗剪承载力的因素

剪跨比





同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

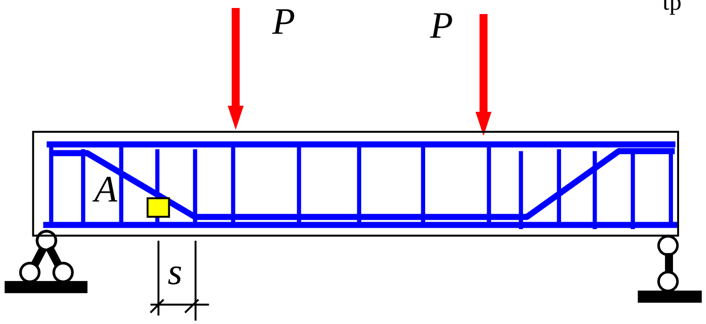
➢影响无腹筋梁抗剪承载力的因素

混凝土的强度提高

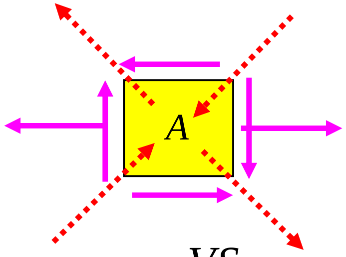
纵筋配筋率增大

→ 抗剪承载力提高

➢有腹筋梁的抗剪机制——构件开裂



$$\sigma_{tp} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} \qquad \sigma_{cp} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2}$$



$$\sigma = \frac{My}{I_0}$$

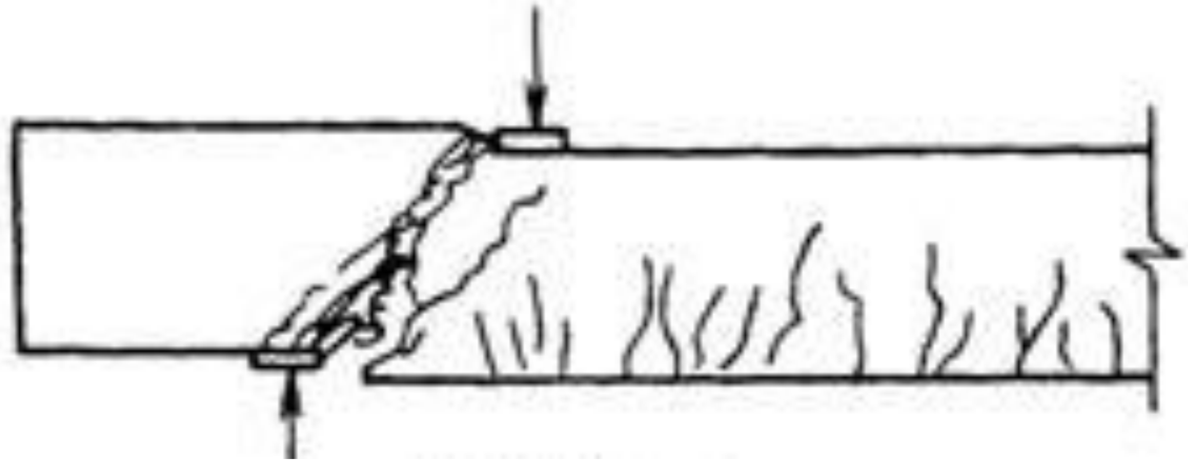
$$\tau = \frac{VS}{bI_0}$$

开裂前构件的受力性能与无腹筋梁相似，腹筋中的应力很小

当$\sigma_{tp}^{max} > f_t$（二轴抗拉强度）时，梁的剪弯段开裂，出现斜裂缝

开裂后，腹筋的应力增大，限制了斜裂缝的发展，提高了抗剪承载力

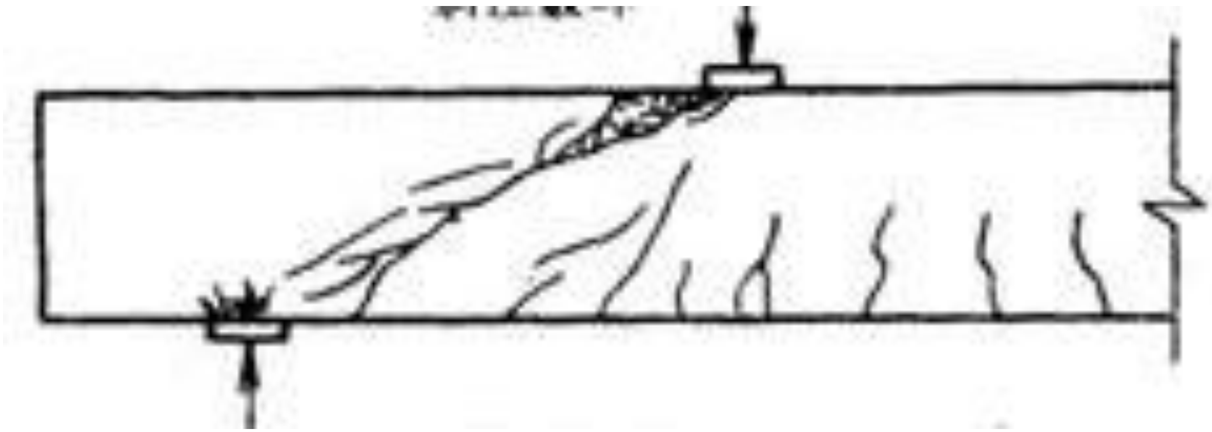
➢破坏形态



λ<1或λ较大但腹筋配置较多时

斜压破坏，腹筋在破坏时未屈服

➢破坏形态



1 ≤ λ≤3时

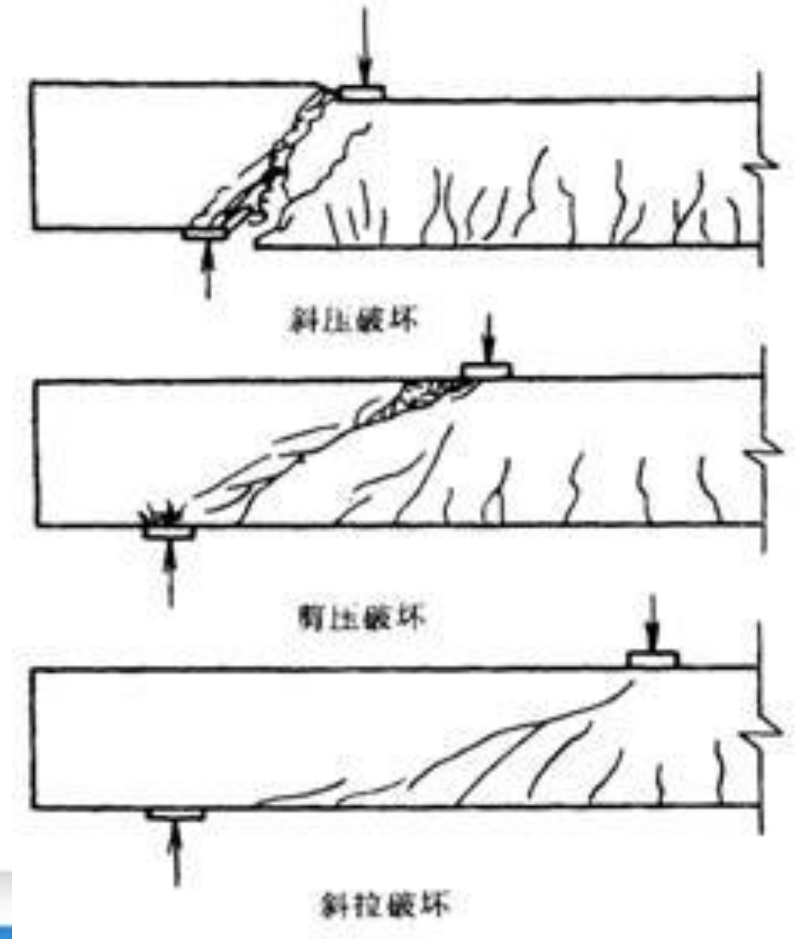
剪压破坏，腹筋屈服后，剪压区混凝土压碎

➢破坏形态

λ>3且腹筋配置量较小时

斜拉破坏，腹筋用量太少，起不到应有的作用

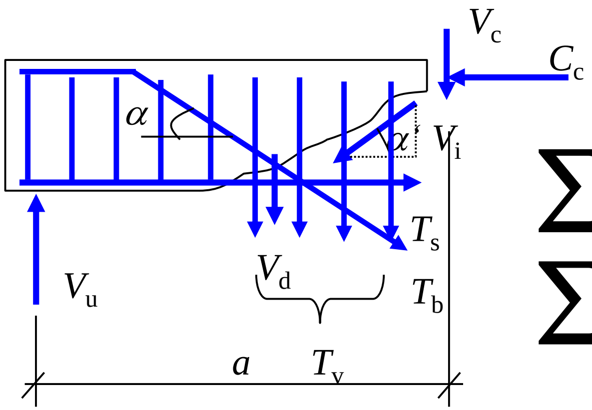
➢破坏形态



设计时应避免出现此二种破坏形态

➢有腹筋梁的抗剪机制

以剪压破坏为例



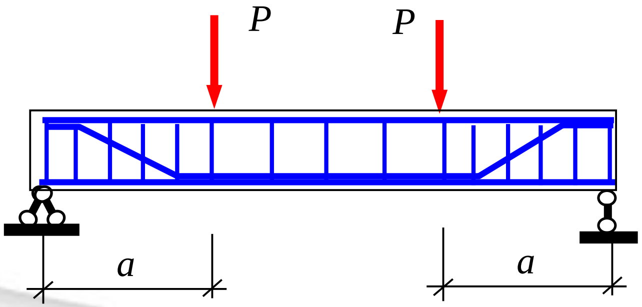
$$\sum X = 0, C_c = T_s - V_i \cos\alpha' + T_b \cos\alpha$$

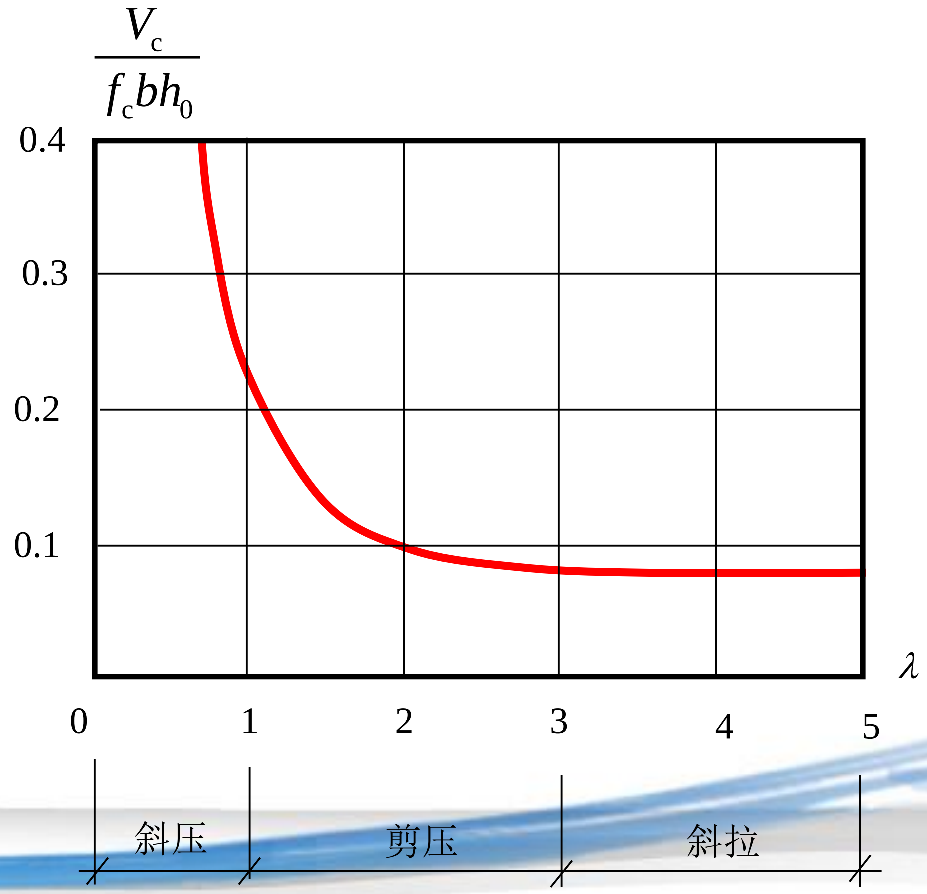
$$\sum Y = 0, V_u = V_c + V_i \sin\alpha + V_d + T_v + T_b \sin\alpha$$

➢影响有腹筋梁抗剪承载力的因素

剪跨比

与无腹筋梁类似



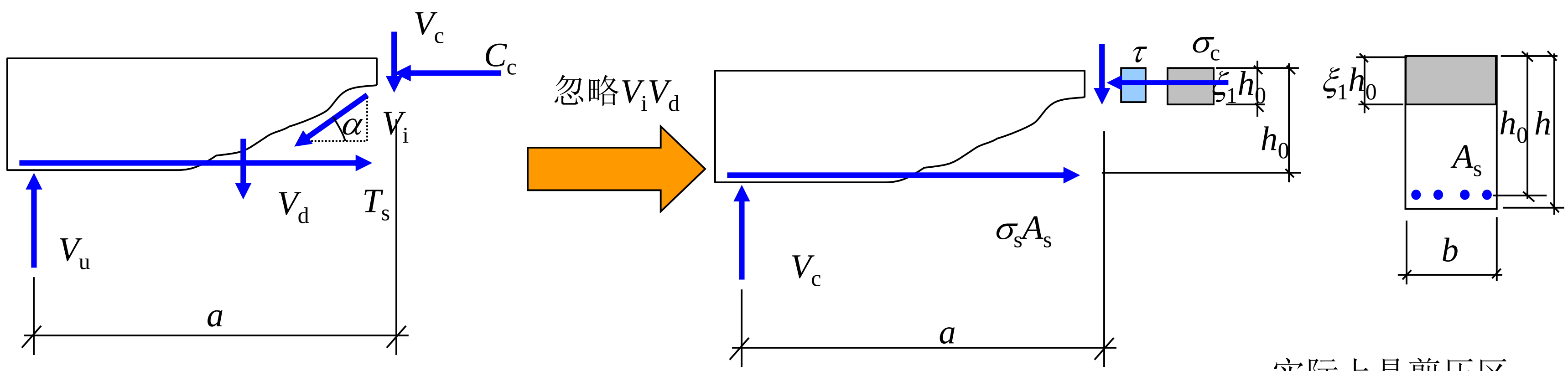


➢影响有腹筋梁抗剪承载力的因素

混凝土的强度提高 ➡ 抗剪承载力提高

在一定的范围内，
腹筋配筋率增大 ➡ 抗剪承载力提高

➢无腹筋梁抗剪承载力



实际上是剪压区的加载规律

$$\sum X=0,\sigma_c b\xi_1 h_0=\sigma_s A_s$$

$$\sum Y=0,V_c=\tau b\xi_1 h_0$$

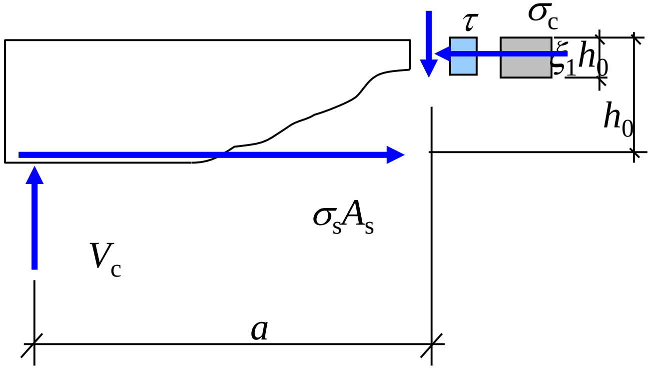
$$\sum M=0,V_c a=\sigma_c b\xi_1 h_0(h_0-\frac{1}{2}\xi_1 h_0)$$

由后二式

$$\frac{\tau}{f_c}=\frac{1-0.5\xi_1}{\lambda}\frac{\sigma_c}{f_c}$$

➢无腹筋梁抗剪承载力

$$\frac{\tau}{f_c}=\frac{1-0.5\xi_1}{\lambda}\frac{\sigma_c}{f_c}$$



λ<1时为斜压破坏，ξ_1=0

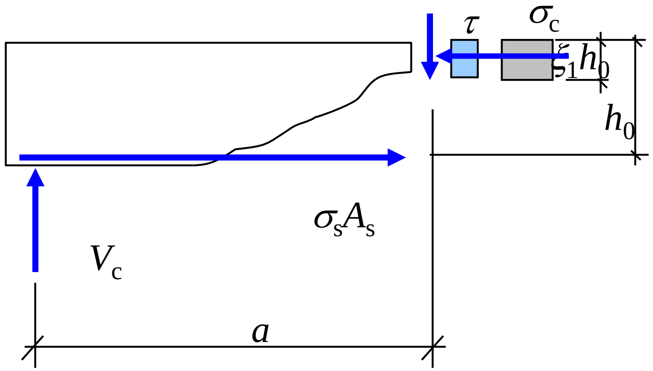
λ较大时， ξ_1近似为纯弯时的ξ_b

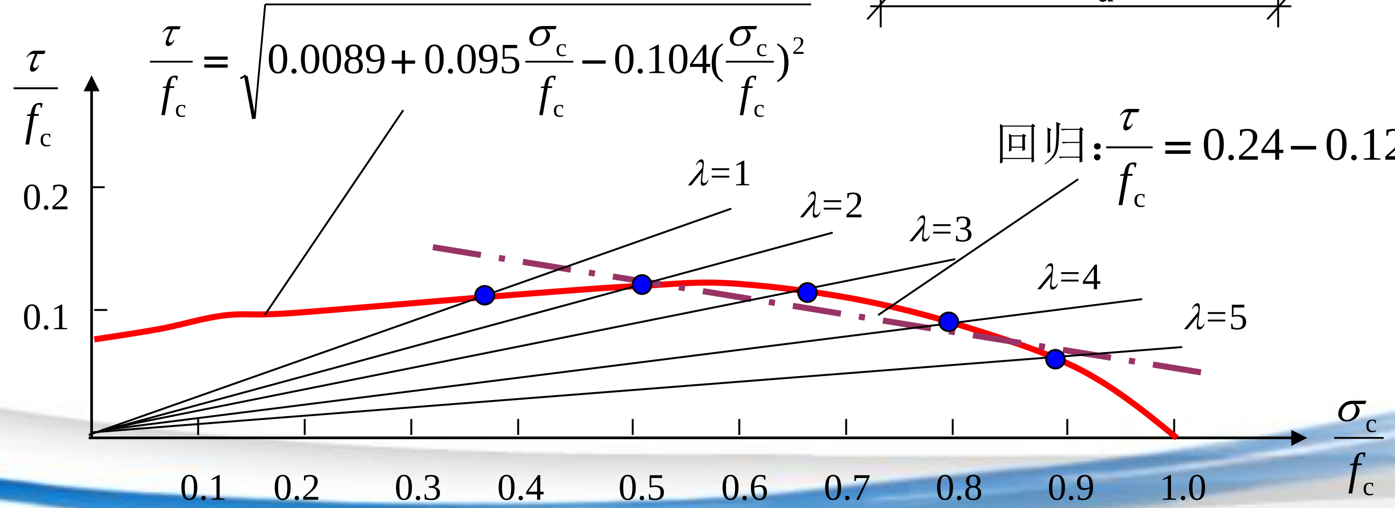
ξ_1值在0~ξ_b之间变化

对不同的λ=1~5，采用线性插值可确定不同λ所对应的ξ_1。于是可得出一组对于不同λ的τ/f_c-σ_c/f_c的**关系直线（加载曲线）**

➢无腹筋梁抗剪承载力

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{1-0.5\xi_1}{\lambda}\frac{\sigma_c}{f_c} \qquad \xi_1 - 0 = \frac{\xi_b - 0}{5-1}(\lambda - 1)$$



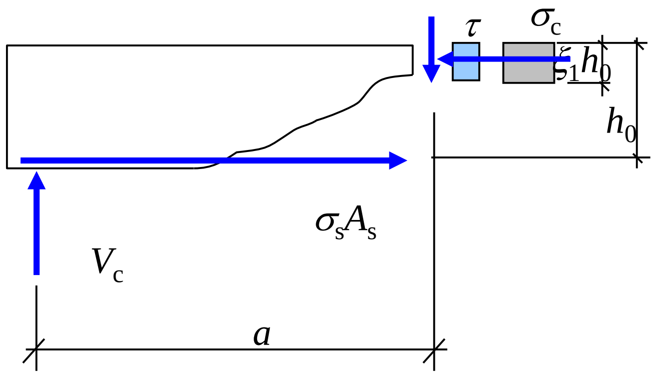


➢无腹筋梁抗剪承载力

$$\sum X=0, \sigma_c b\xi_1 h_0=\sigma_s A_s$$

$$\sum Y=0, V_c=\tau b\xi_1 h_0$$

$$\sum M=0, V_c a=\sigma_c b\xi_1 h_0\left(h_0-\frac{1}{2}\xi_1 h_0\right)$$



$$\frac{\tau}{f_c}=0.24-0.12\frac{\sigma_c}{f_c}$$

1.2.3.4项

$$V_c=\left(\frac{0.24-0.06\dfrac{\sigma_s\rho_s}{f_c}}{0.5+0.24\lambda\dfrac{f_c}{\sigma_s\rho_s}}\right)f_c b h_0=\alpha_c' f_c b h_0=\alpha_c f_t b h_0$$

➢有腹筋梁抗剪承载力

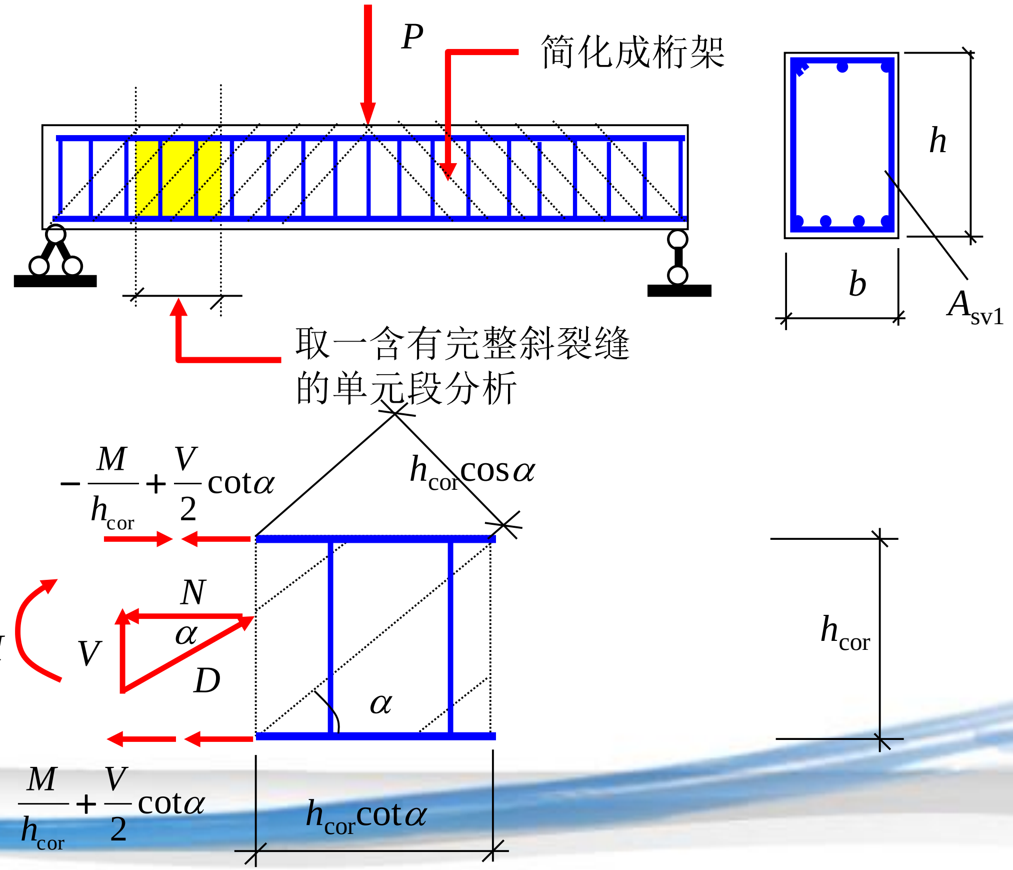
单元左侧：

$$N = V\cot\alpha$$

$$D = V/\sin\alpha$$

$$N_{\mathrm{t}} = -\frac{M}{h_{\mathrm{cor}}} + \frac{V}{2}\cot\alpha$$

$$N_{\mathrm{b}} = -\frac{M}{h_{\mathrm{cor}}} + \frac{V}{2}\cot\alpha$$



➢有腹筋梁抗剪承载力

单元右侧：

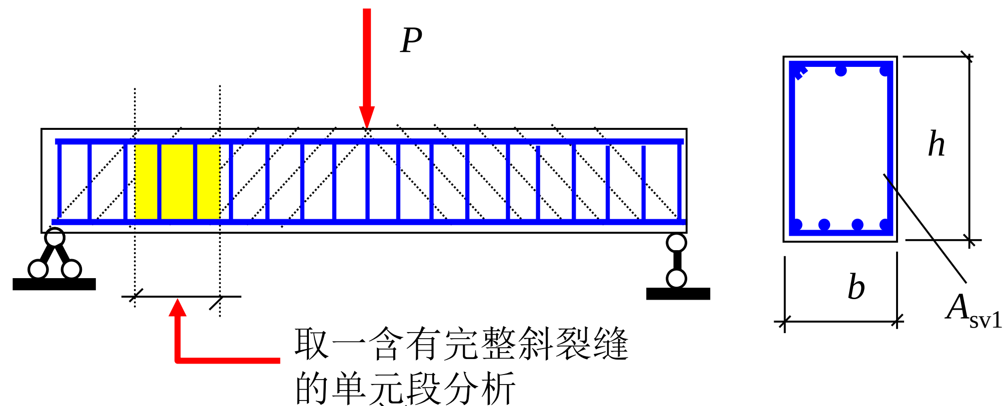
$$M+Vh_{\mathrm{cor}}\cot\alpha$$

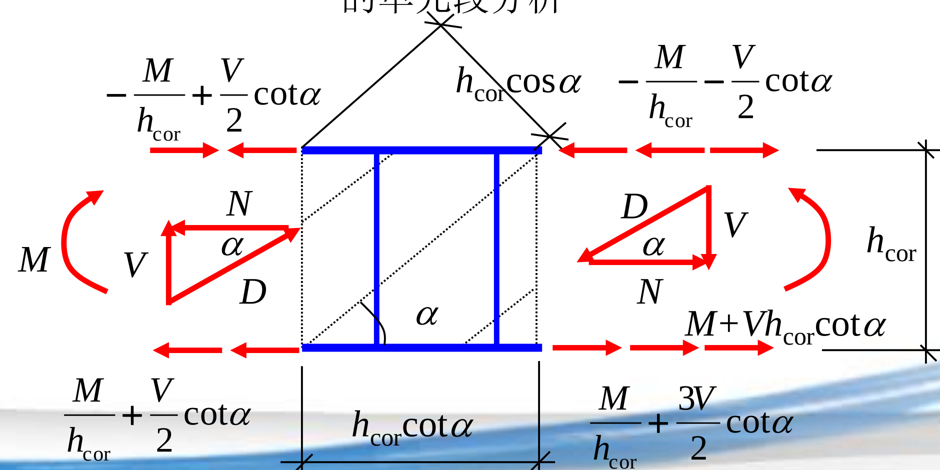
$$N_t'=-\frac{M+Vh_{\mathrm{cor}}\cot\alpha}{h_{\mathrm{cor}}}+\frac{V}{2}\cot\alpha$$

$$=-\frac{M}{h_{\mathrm{cor}}}-\frac{V}{2}\cot\alpha$$

$$N_b'=\frac{M+Vh_{\mathrm{cor}}\cot\alpha}{h_{\mathrm{cor}}}+\frac{V}{2}\cot\alpha$$

$$=\frac{M}{h_{\mathrm{cor}}}+\frac{3V}{2}\cot\alpha$$





➢有腹筋梁抗剪承载力

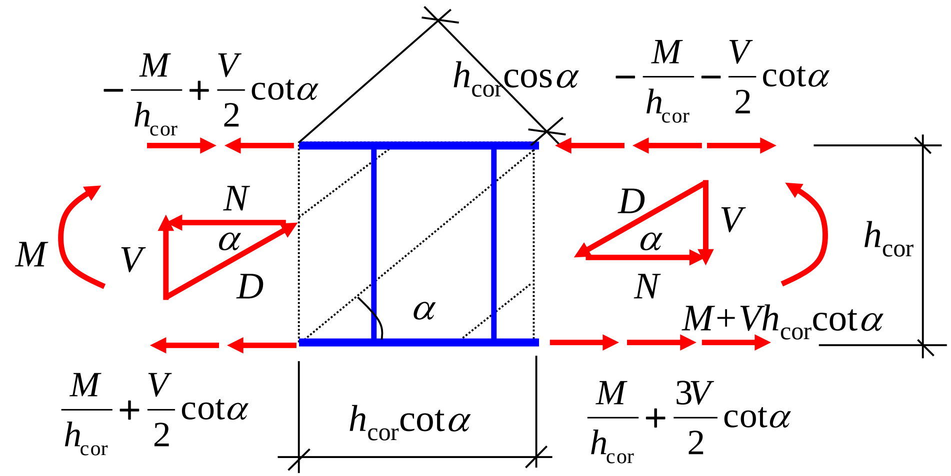
在所取的单元体上，沿水平面再切一单元体，则切面混凝土的斜向压力产生两个分量为：

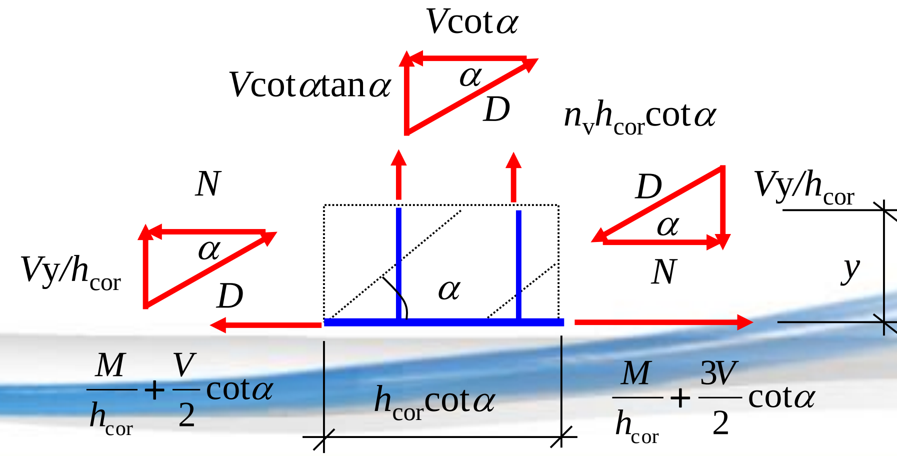
$V\cot\alpha$

由底部纵筋的拉力平衡

$V\cot\alpha\tan\alpha$

由箍筋的拉力平衡





➢有腹筋梁抗剪承载力

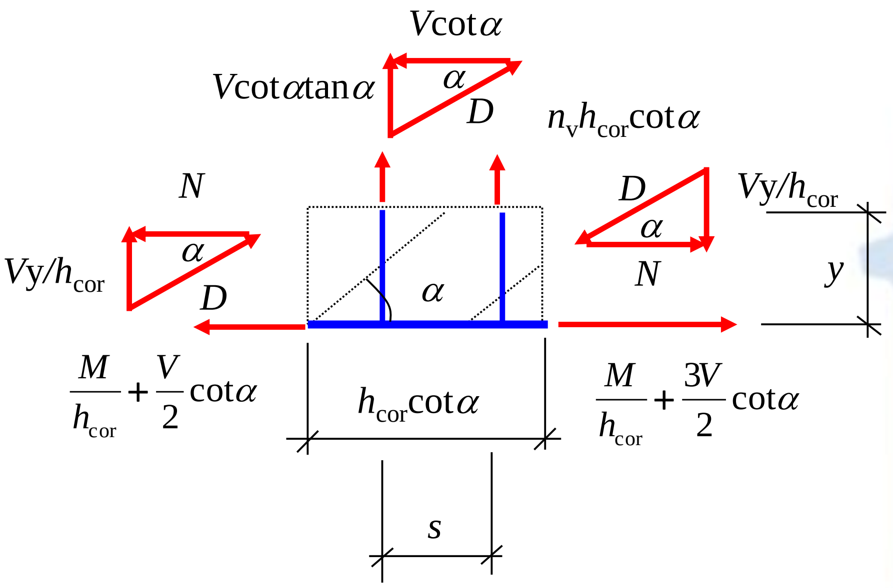
设n_v为单位长度上箍筋的拉力则有：

$$n_v h_{cor} \cot\alpha = V\tan\alpha\cot\alpha$$

$$n_v h_{cor} = V\tan\alpha$$

当箍筋屈服时

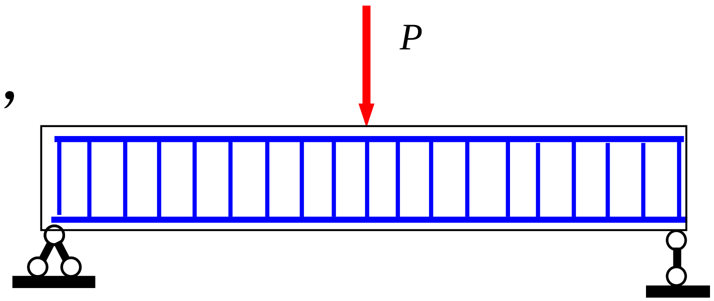
$$n_v = \frac{A_{sv} f_{yv}}{s}$$

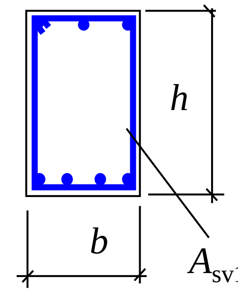


$$V_u = n_v h_{cor}\cot\alpha = f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_{cor}\cot\alpha$$

➢有腹筋梁抗剪承载力

考虑到混凝土的抗剪贡献，且将h_{cor}换为h_0，则有





$$V_u = V_c + V_s$$

$$V_u = \alpha_c f_t b h_0 + \alpha_{sv} \frac{f_{yv} A_{sv}}{s} h_0$$

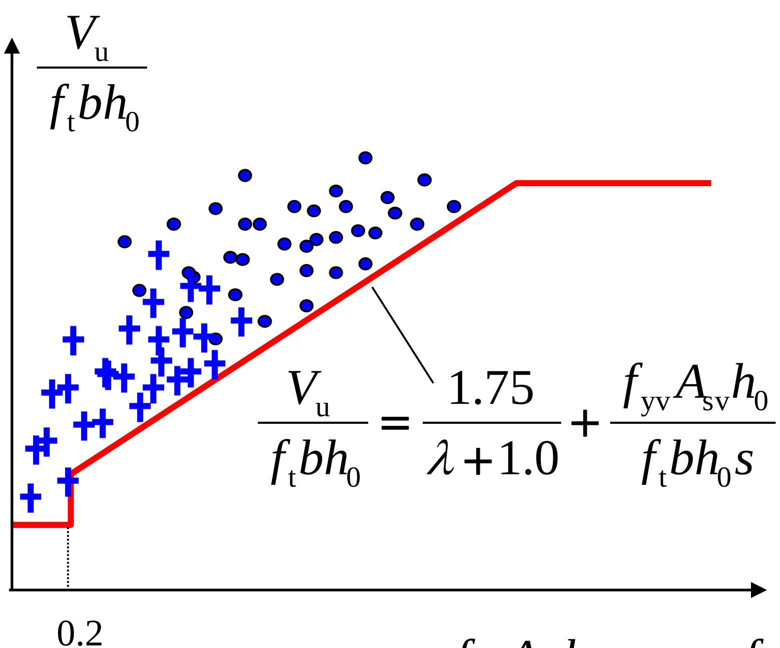
由试验确定

➢ 实用抗剪承载力计算公式

《混凝土结构设计规范》（GB50010）取试验结果的下包值：

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

集中荷载下或集中荷载引起的支座边缘的剪力占总剪力75%以上的独立梁



$$\frac{f_{yv} A_{sv} h_0}{f_t b h_0 s} = \rho_{sv} \frac{f_{yv}}{f_t}$$

$$V_u = 0.7 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

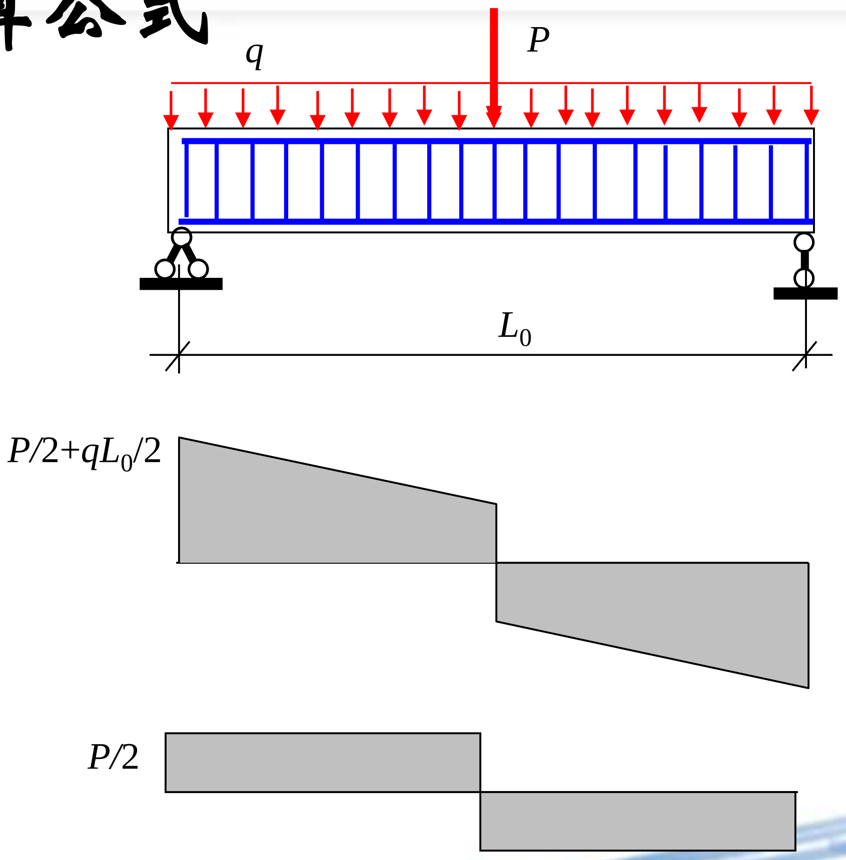
矩形、*T*形、*I*形截面的一般受弯构件

➢ 实用抗剪承载力计算公式

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

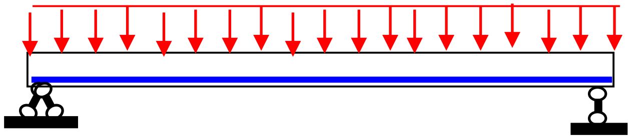
集中荷载下或集中荷载引起的支座边缘的剪力占总剪力75%以上的独立梁

$$\frac{P/2}{P/2 + qL_0/2} \geq 0.75$$



➢ 实用抗剪承载力计算公式

不配箍筋的一般板类受弯构件的抗剪承载力



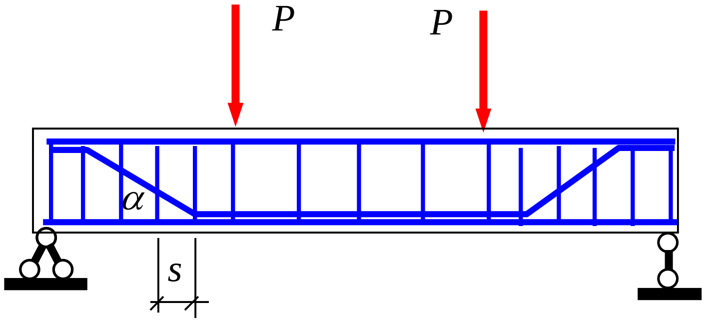
$$V_u = 0.7\beta_h f_t b h_0$$

$$\beta_h = \left(\frac{800}{h_0}\right)^{1/4}$$

$$\begin{cases} h_0 < 800\text{时，取} h_0 = 800 \\ h_0 > 2000\text{时，取} h_0 = 2000 \end{cases}$$

➢ 实用抗剪承载力计算公式

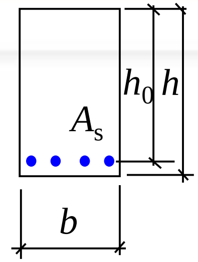
配置弯筋和箍筋的受弯构件的抗剪承载力

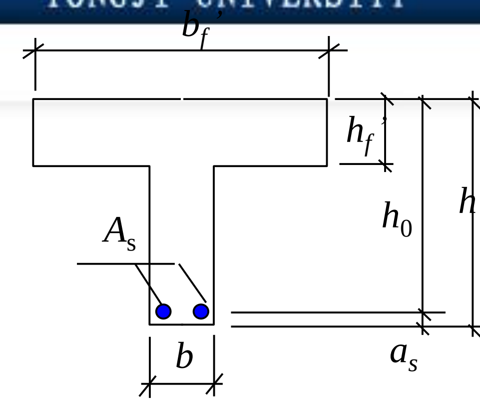


$$V_u = V_c + V_s + 0.8 f_y A_{sb} \sin\alpha$$

考虑到弯筋位于斜裂缝顶端时达不到屈服强度而引入的修正系数

➢ 实用抗剪承载力计算公式





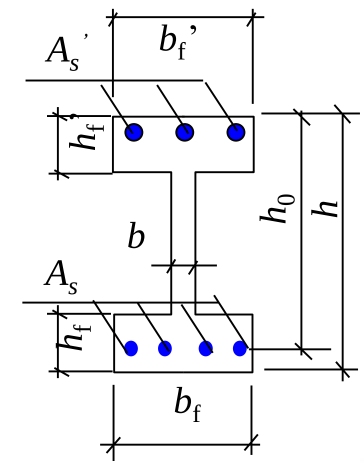
抗剪承载力的上限

矩形截面取h_0；T形取h_0-h_f'；I形取h-h_f'-h_f

当$h_w/b \le 4$时 ➡ $V_u \le V_{u,max} = 0.25\beta_c f_c b h_0$

当$h_w/b > 6$时 ➡ $V_u \le V_{u,max} = 0.20\beta_c f_c b h_0$

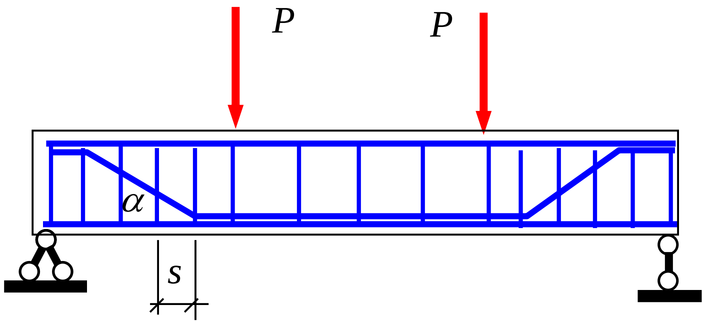
当$4 < h_w/b \le 6$时 ➡ 按线性插值



对T形或I形截面的简支受弯构件，
当有实际经验时， ➡ $V_u \le V_{u,max} = 0.30\beta_c f_c b h_0$

➢实用抗剪承载力计算公式

抗剪承载力的下限

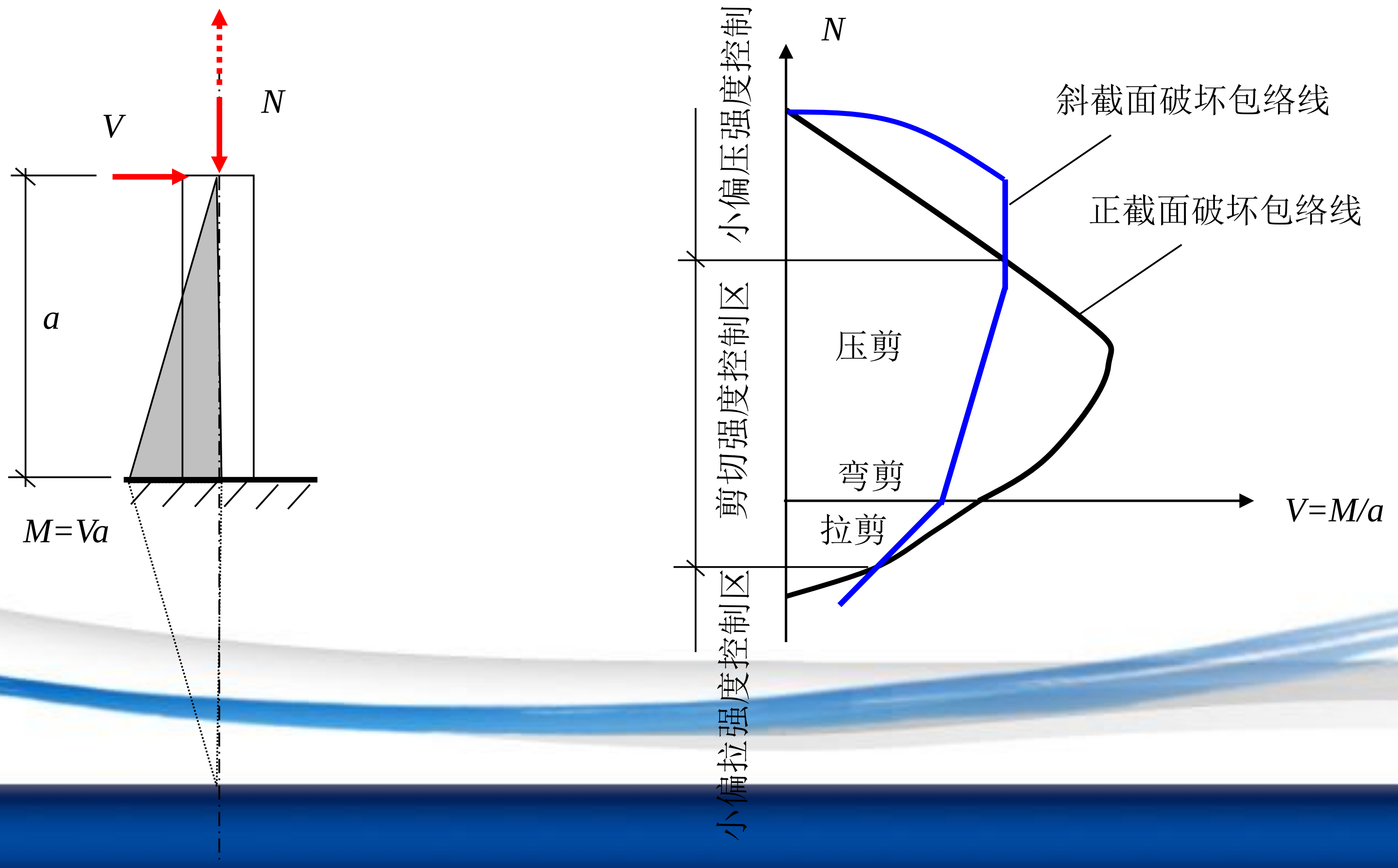


$$V_{u,min} = V_c$$

无腹筋梁的抗剪承载力

➢有轴力作用构件抗剪承载力

- 轴向力对抗剪承载力的影响

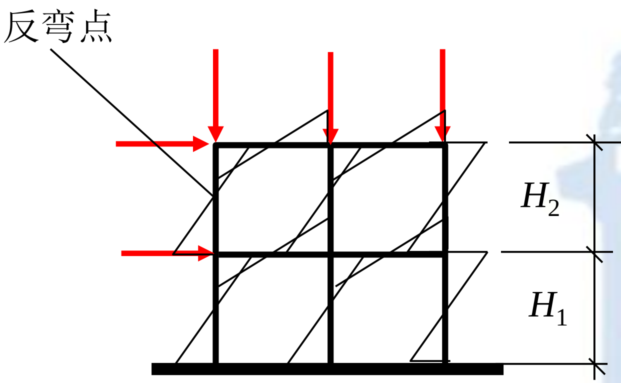


➢有轴力作用构件抗剪承载力

- 有轴向压力作用构件的抗剪承载力

当$N_c>0.3f_cA$时，取$N_c=0.3f_cA$

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda+1.0} f_t b h_0 + f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0 + 0.07N_c$$



柱的净高

$$\begin{cases} \text{框架柱：}\lambda = H_n/2h_0\text{（假定反弯点在柱中点）} \\ \quad\text{当}\lambda<1\text{时，取}\lambda=1\text{；当}\lambda>3\text{时，取}\lambda=3 \\ \text{其它构件:}\begin{cases}\text{均布荷载:}\lambda=1.5 \\ \text{集中荷载为主时,}\lambda=a/h_0\begin{cases}\lambda<1.5\text{时，取}\lambda=1.5 \\ \lambda>3.0\text{时，取}\lambda=3.0\end{cases}\end{cases} \end{cases}$$

➢有轴力作用构件抗剪承载力

- 有轴向压力作用构件的抗剪承载力

当$N_c>0.3f_cA$时，取$N_c=0.3f_cA$

$$V_u=\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_tbh_0+f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0+0.07N_c$$

$$V_{u,max}=0.25\beta_c f_cbh_0$$

$$V_{u,min}=\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_tbh_0+0.07N_c$$

有轴力作用构件抗剪承载力

- 有轴向拉力作用构件的抗剪承载力

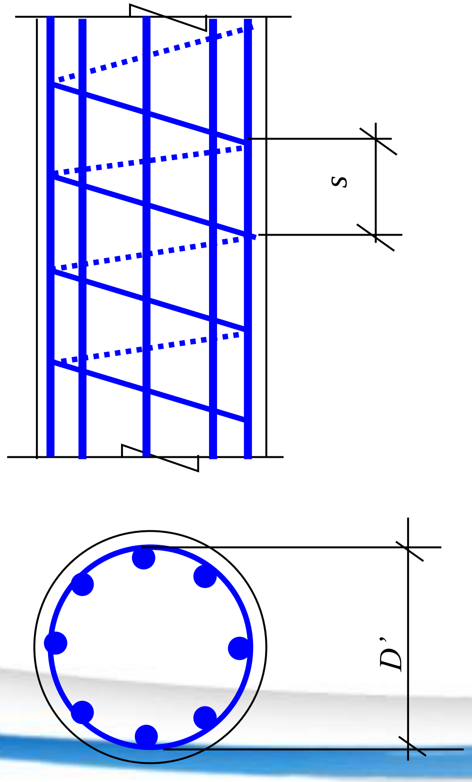
$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 - 0.2 N_t$$

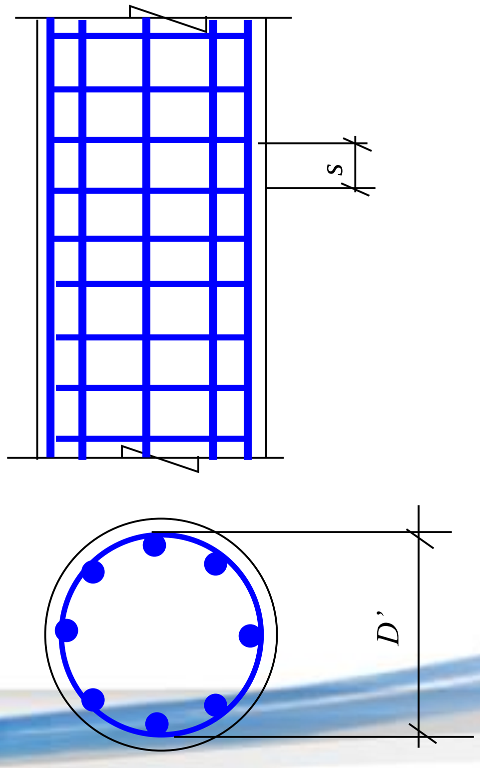
当上式的计算值小于$f_{yv} \dfrac{A_{sv}}{s} h_0$时，

取$V_u = f_{yv} \dfrac{A_{sv}}{s} h_0 \geq 0.36 f_t b h_0$

➢有轴力作用构件抗剪承载力

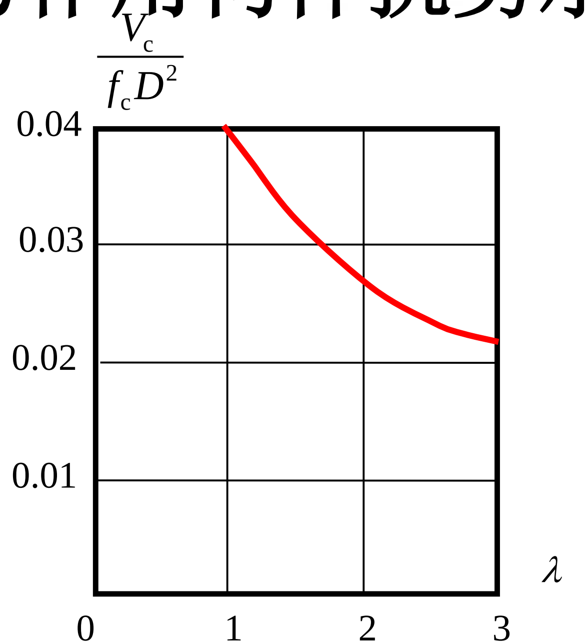
- 圆柱

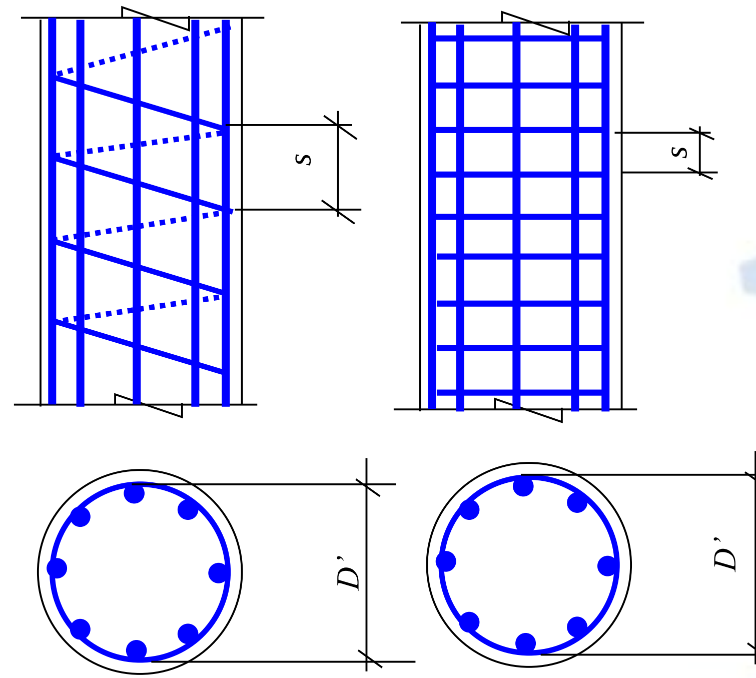




有轴力作用构件抗剪承载力

- 圆柱





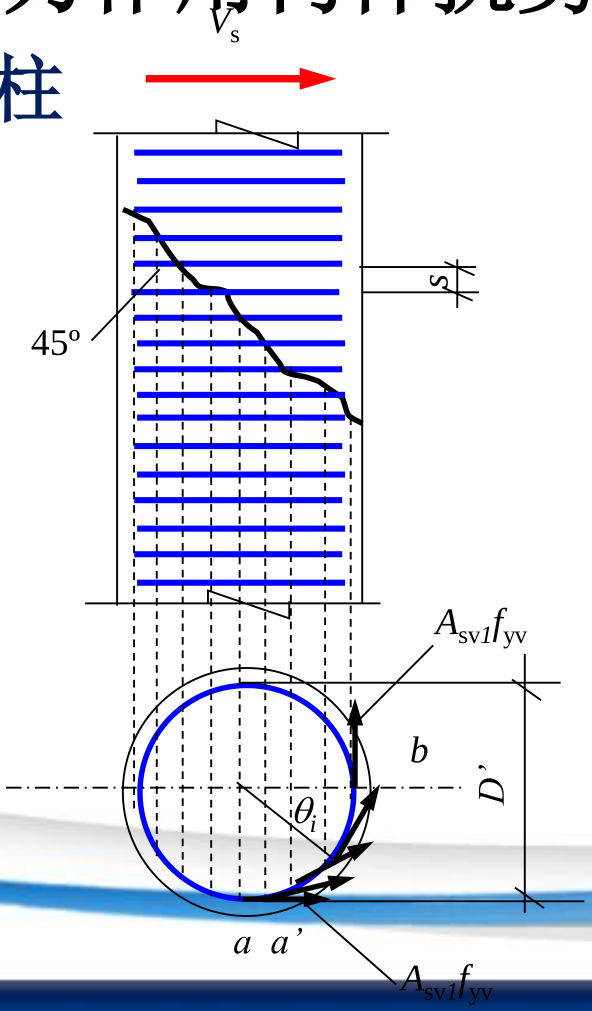
当N_c>0.3$f_c A$时，取N_c=0.3$f_c A$

$$V_c = \frac{1.0}{\lambda + 1.5} f_t D^2 + 0.083 N_c$$

当λ<1时，取λ=1；当λ>3时，取λ=3。

➢有轴力作用构件抗剪承载力

- 圆柱

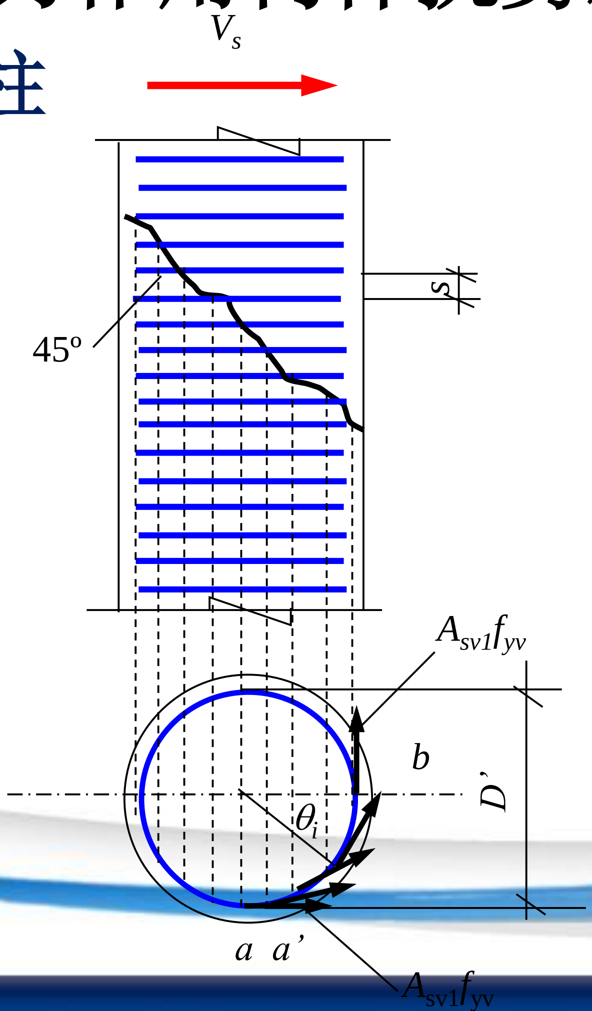


θ_i计算复杂，有必要作简化

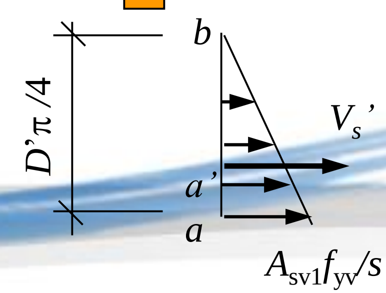
$$V_s = \sum A_{sv1} f_{yv} \sin\theta_i$$

➤有轴力作用构件抗剪承载力

- 圆柱



$aa' \approx s$



$$V_s' = \frac{1}{2}\frac{A_{sv1}f_{yv}}{s}\frac{D'\pi}{4} = \frac{\pi A_{sv1}f_{yv}}{8s}D'$$

$$V_s = \frac{\pi A_{sv1}f_{yv}}{2s}D'$$

➢有轴力作用构件抗剪承载力

- 圆柱

当$N_c>0.3f_cA$时，取$N_c=0.3f_cA$

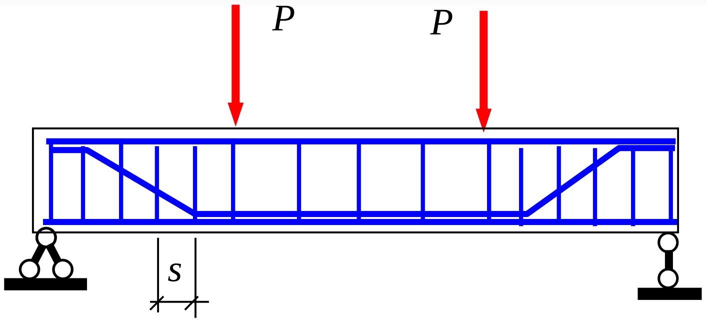
$$V_{\mathrm{u}}=\frac{1.0}{\lambda+1.5}f_{\mathrm{t}}D^2+\frac{\pi}{2}\frac{A_{\mathrm{sv1}}f_{\mathrm{yv}}}{s}D'+0.083N_{\mathrm{c}}$$

$$V_{\mathrm{u,max}}=0.25\beta_{\mathrm{c}}f_{\mathrm{c}}D^2$$

$$V_{\mathrm{u,min}}=\frac{1.0}{\lambda+1.5}f_{\mathrm{t}}D^2+0.083N_{\mathrm{c}}$$

➢箍筋的构造要求

最小配箍率



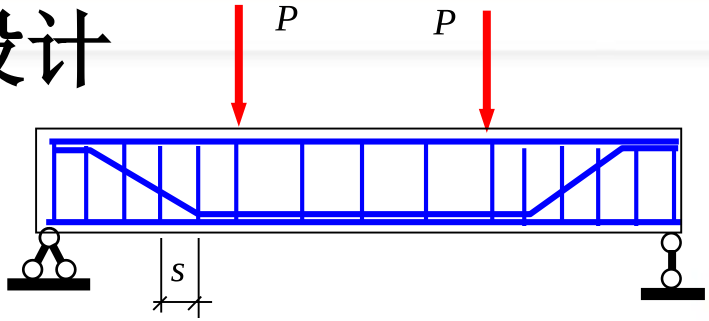
$$\rho_{\mathrm{sv,min}} = \frac{A_{\mathrm{sv}}}{bs} = 0.24 f_{\mathrm{t}} / f_{\mathrm{yv}}$$

最大箍筋间距

原则 ➡ $s_{\max} \le h_0$， 圆柱$s_{\max} \le \frac{D'}{4}$

具体数值 ➡ 教材表7-1（缺圆柱）

➢基于承载力的斜截面配筋设计



$$V \le V_c \begin{pmatrix} +0.07N \\ -0.2N \end{pmatrix}$$ ➡ 按最小配箍率配箍筋

$$V \le V_{u,max} = (0.2 \sim 0.25)\beta_c f_c b h_0$$ ➡ 若不满足调整截面尺寸

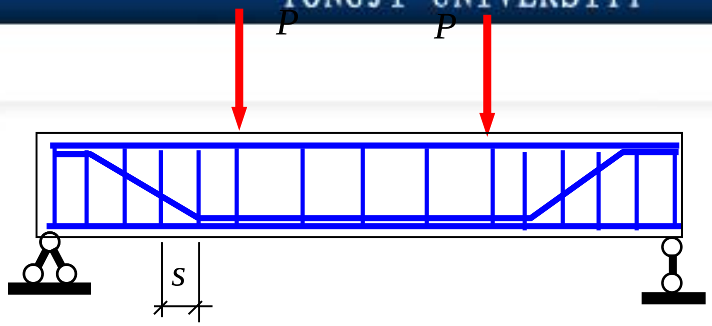
$$V = V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + \begin{pmatrix} 0.07N \\ -0.2N \end{pmatrix} + 0.8 f_{yb} A_{sb} \sin\alpha$$

(0.7) (1.25)

预先选定

求 $\frac{A_{sv}}{s}$ ➡(选定s) A_{sv} ➡ $\rho_{sv} \ge \rho_{sv,min} = 0.24 f_t / f_{yv}$

➢既有构件斜截面承载力



$\rho_{sv} \le \rho_{sv\min}$， 或

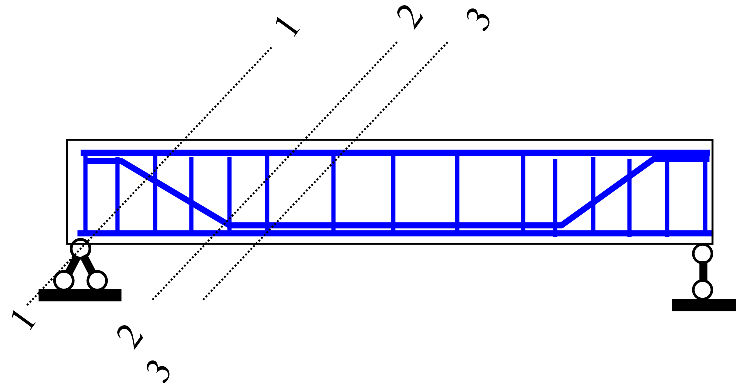
$\rho_{sv} > \rho_{sv\min}$，但$s > s_{\max}$

$$V_{\mathrm{u}} = V_{\mathrm{c}} \begin{pmatrix} +0.07N \\ -0.2N \end{pmatrix}$$

$\rho_{\mathrm{sv}} > \rho_{\mathrm{sv,min}}$

$$V_{\mathrm{u}} = \min \begin{cases} (0.2 \sim 0.25)\beta_{\mathrm{c}} f_{\mathrm{c}} b h_0 \\ V_{\mathrm{c}} + V_{\mathrm{s}} + V_{\mathrm{b}} + \begin{pmatrix} 0.07N \\ -0.2N \end{pmatrix} \end{cases}$$

➢计算截面位置



*支座边缘处截面1—1

*纵筋弯起点处截面2—2

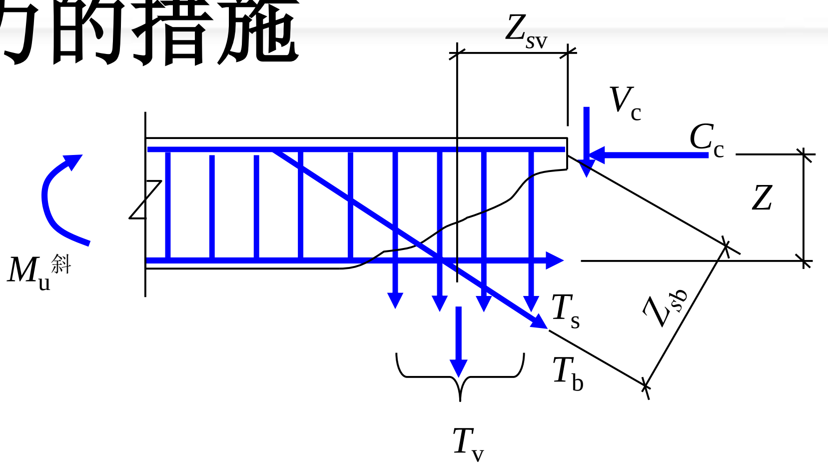
*箍筋面积或间距改变处截面3—3

*腹板宽度改变处截面

➢保证斜截面受弯承载力的措施

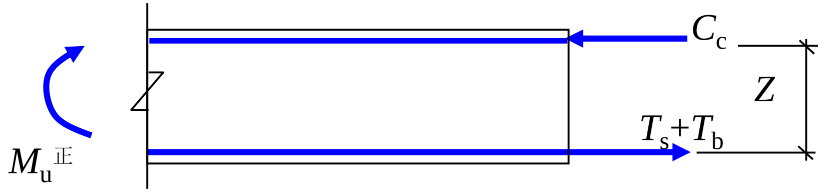
$$M_{\mathrm{u}}^{斜} = T_{\mathrm{s}}Z + T_{\mathrm{v}}Z_{\mathrm{sv}} + T_{\mathrm{b}}Z_{\mathrm{sb}}$$

$$M_{\mathrm{u}}^{正} = (T_{\mathrm{s}} + T_{\mathrm{b}})Z$$



$\Downarrow$ $Z_{sb}>Z$

$$M_{\mathrm{u}}^{斜} > M_{\mathrm{u}}^{正}$$



$\Downarrow$

斜截面受弯承载力总能满足 $\xrightarrow{\text{异常情况}}$ 支座处纵筋锚固不足；纵筋弯起、切断不当 $\Leftarrow$ 需采取构造措施

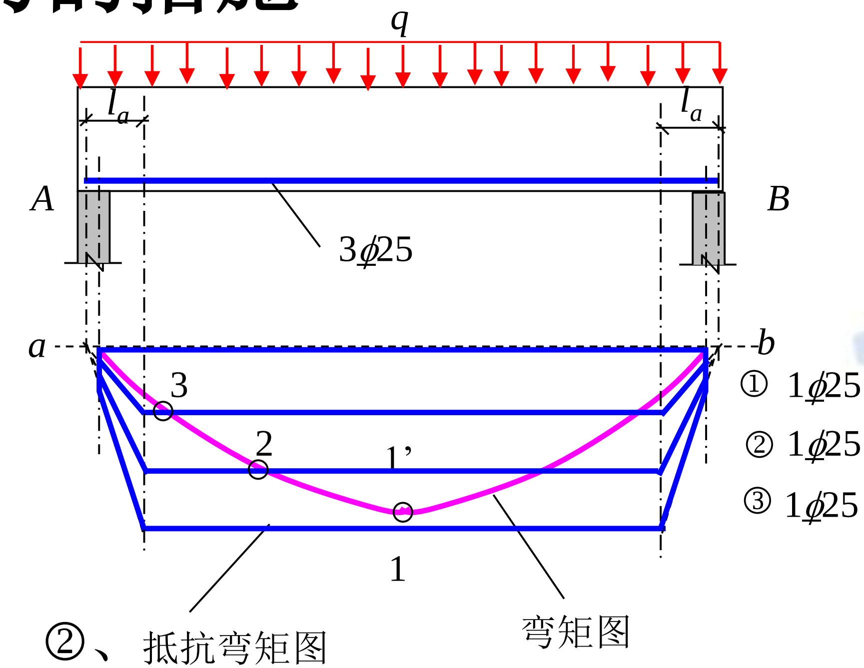
➢保证斜截面受弯承载力的措施

抵抗弯矩

$$M_R = M_u = f_y A_s\left(h_0 - 0.5\frac{A_s f_y}{f_c b}\right)$$

$$M_{Ri} = M_R A_{si} / A_s$$

画出每个截面的抵抗弯矩



抵抗弯矩图

1、2、3分别为③、②、①筋的充分利用点

2、3、*a*分别为③、②、①筋的不需要点

设计时，应尽量使抵抗弯矩图包住弯矩图，且两者越近越经济

➢保证斜截面受弯承载力的措施

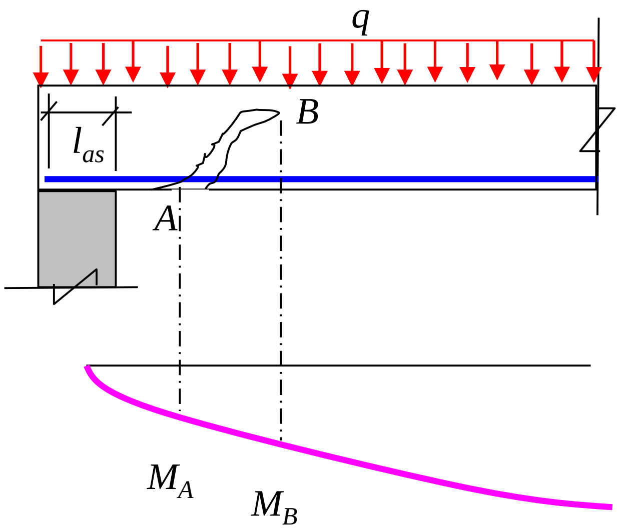
- 纵向受力钢筋在支座处的锚固

开裂前A处的弯矩为M_{A}

开裂后斜截面的弯矩为M_{B}

$$M_B > M_A$$

开裂后钢筋的拉力T_{s}明显增大。若l_{as}不够则容易发生锚固破坏



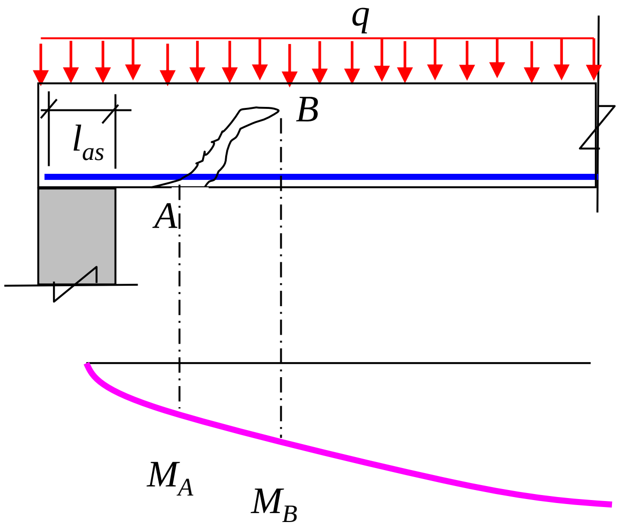
➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋在支座处的锚固

简支板或连续板下部纵筋伸入支座的长度

$$l_{as} \geq 5d$$

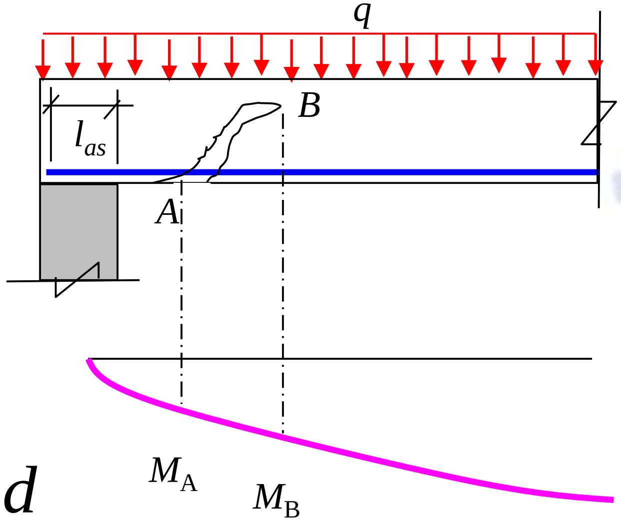
纵向钢筋的直径



➢保证斜截面受弯承载力的措施

• 纵向受力钢筋在支座处的锚固

简支梁或连续梁简支端下部纵筋伸入支座的长度



当$V \le 0.7 f_t b h_0$时 ⇒ $l_{as} \ge 5d$

纵向钢筋的直径

当$V > 0.7 f_t b h_0$时 ⇒

带肋钢筋：$l_{as} \ge 12d$

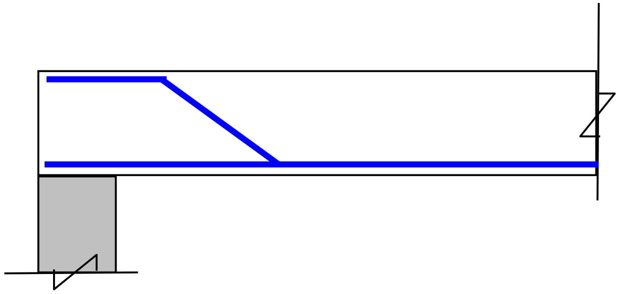
光圆钢筋：$l_{as} \ge 15d$

如梁内支座处的锚固不能满足上述要求，应采取加焊锚固钢板等有效措施

➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋的弯起

纵筋的弯起必须满足三方面的要求：



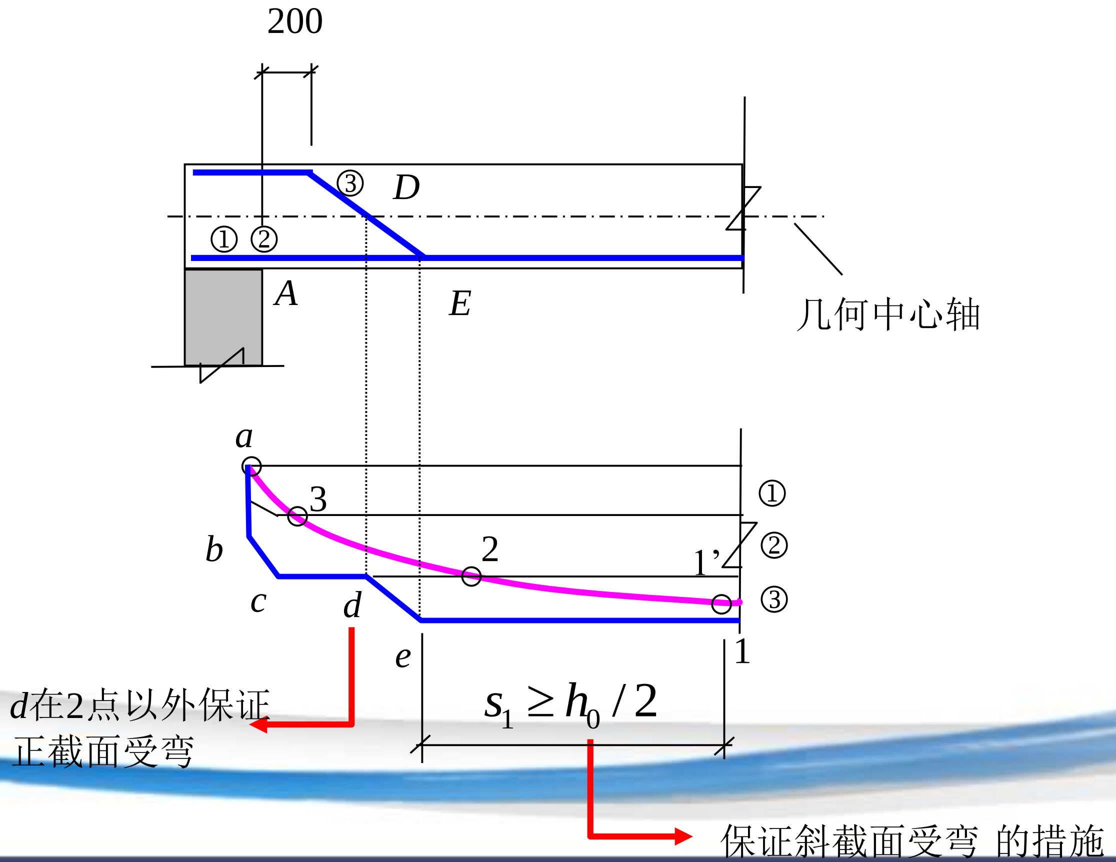
*保证正截面的受弯承载力 ⇦ 计算及构造确定

*保证斜截面的受剪承载力 ⇦ 计算及构造确定

*保证斜截面的受弯承载力 ⇦ 构造确定

➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋的弯起



➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋的弯起

未弯起时 $M_u^{斜} = T_s Z + T_b Z$

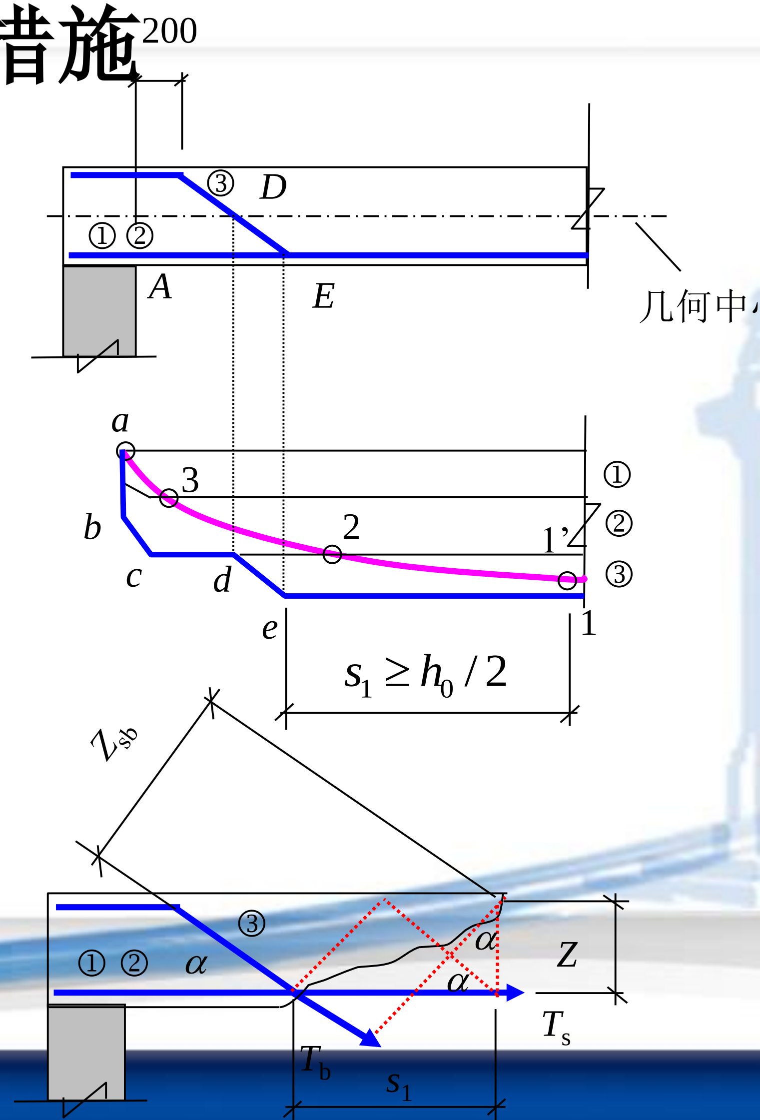
弯起后 $M_u^{斜} = T_s Z + T_b Z_{sb}$

⇩ 保证不发生斜截面破坏

$$Z_{sb} = s_1 \sin\alpha + Z\cos\alpha \geq Z$$

⇩

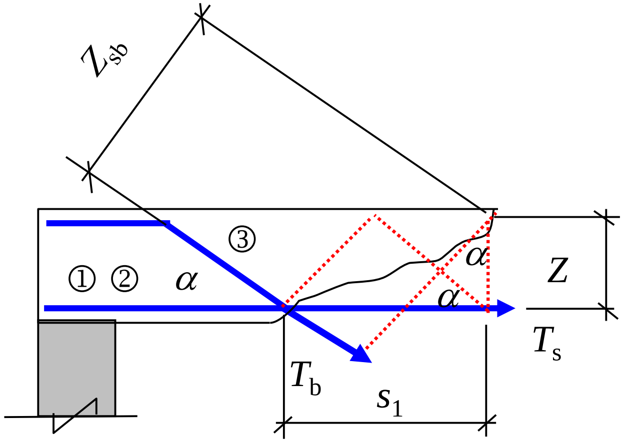
$$s_1 \geq \frac{Z(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$$



➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋的弯起

$$s_1 \geq \frac{Z(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha}$$



取$Z=(0.91\sim0.77)h_0$

$$\alpha=45^0,\quad s_1\geq(0.372\sim0.319)h_0$$

$$\alpha=60^0,\quad s_1\geq(0.525\sim0.445)h_0$$

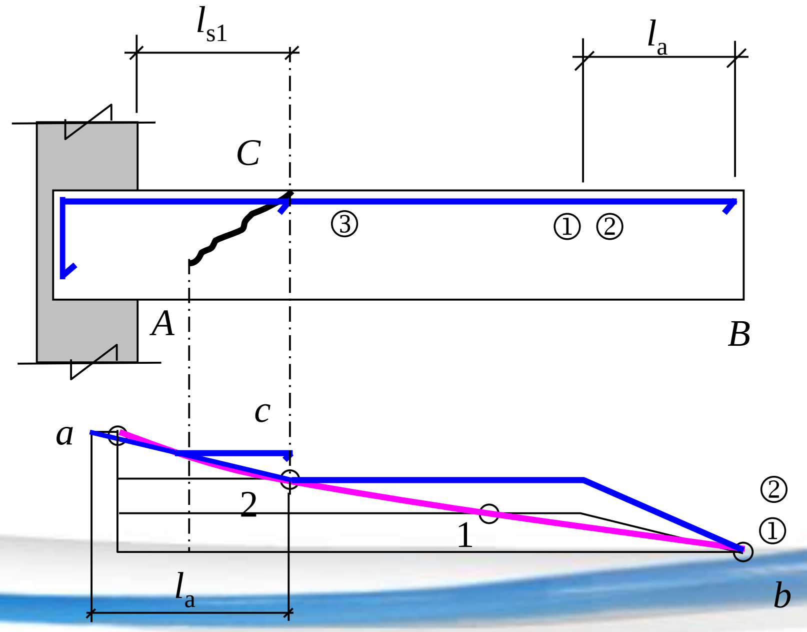
统一取

$$s_1\geq 0.5h_0$$

➢保证斜截面受弯承载力的措施

- 纵向受力钢筋的截断

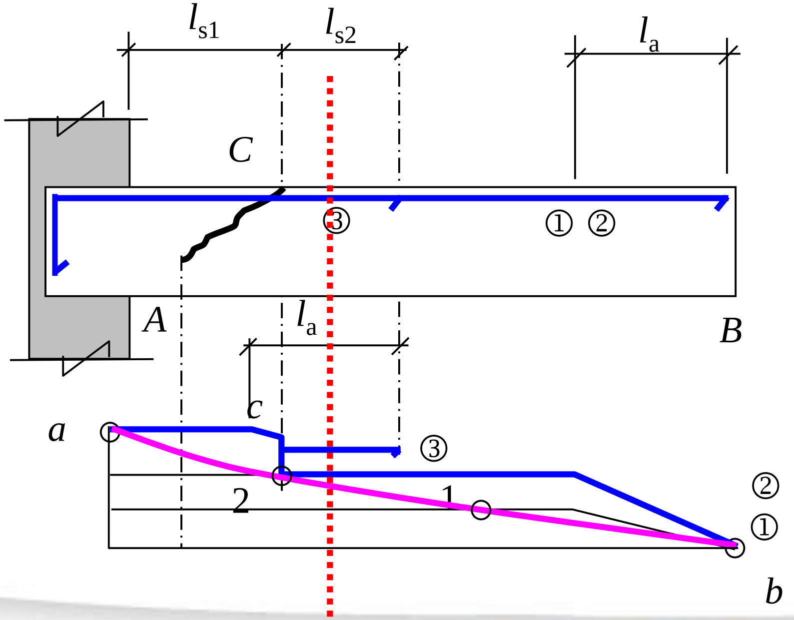
跨中受拉钢筋一般不宜截断，支座负筋的截断应符合下列规定



➢保证斜截面受弯承载力的措施

• 纵向受力钢筋的截断

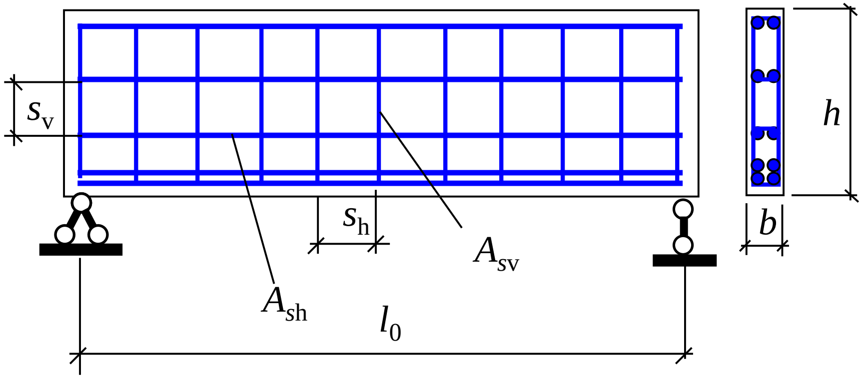
跨中受拉钢筋一般不宜截断，支座负筋的截断应符合下列规定



延伸长度，具体数值可参阅有关规范

➢深受弯构件的斜截面受剪承载力

- 均布荷载下

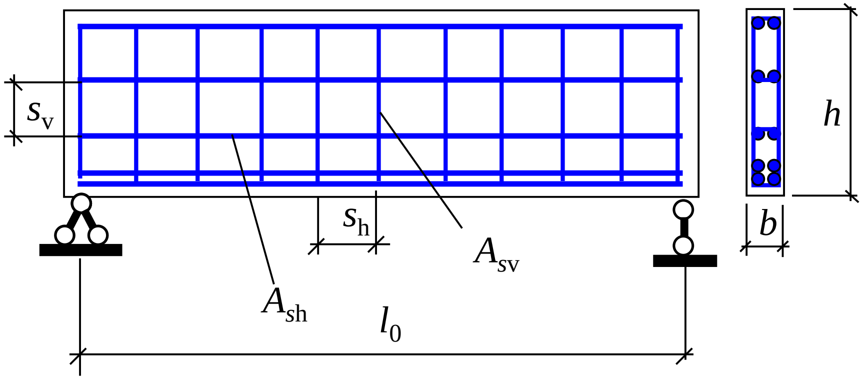


$$V_u = 0.7\frac{(8-l_0/h)}{3} f_t b h_0 + 1.25\frac{(l_0/h-2)}{3} f_{yv}\frac{A_{sv}}{s_h}h_0 + \frac{(5-l_0/h)}{6} f_{yh}\frac{A_{sh}}{s_v}h_0$$

当l_0/h<2.0时，取l_0/h=2.0

➢深受弯构件的斜截面受剪承载力

- **集中荷载下**（包括集中荷载在支座截面产生的剪力超过75%的情况）



$$V_u = \frac{1.75}{\lambda+1} f_t b h_0 + \frac{(l_0/h-2)}{3} f_{yv}\frac{A_{sv}}{s_h}h_0 + \frac{(5-l_0/h)}{6} f_{yh}\frac{A_{sh}}{s_v}h_0$$

当$l_0/h \le 2.0$时，取$\lambda=0.25$；当$2.0<l_0/h<5.0$，取$\lambda=a/h_0$，（$0.42\ l_0/h-0.58$）$\le \lambda \le$（$0.92\ l_0/h-1.58$）