



# 第四章 轴心受力构件的性能 和计算

任晓丹

同济大学建筑工程系

[www.renxiaodan.com](http://www.renxiaodan.com)

[rxdjt@tongji.edu.cn](mailto:rxdjt@tongji.edu.cn)

同济大学土木楼A413



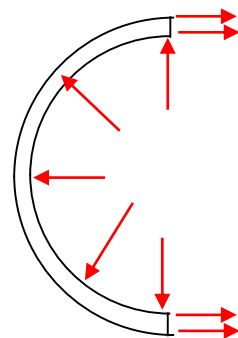
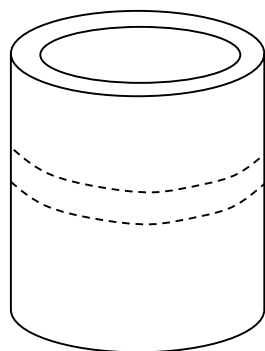
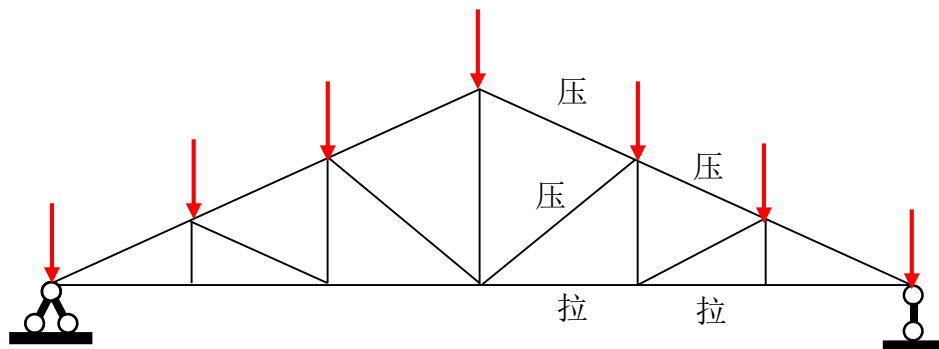
同濟大學

TONGJI UNIVERSITY





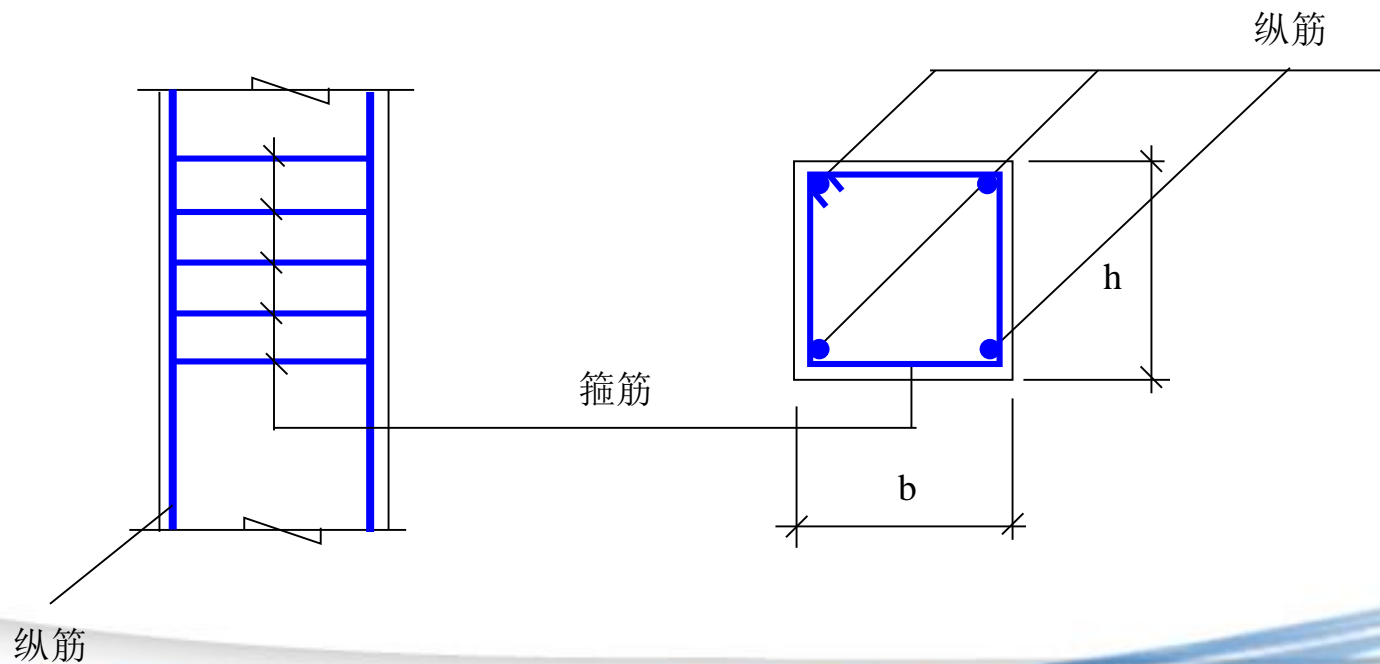
## ➤ 轴心受力构件工程实例





# ➤ 轴心受拉构件

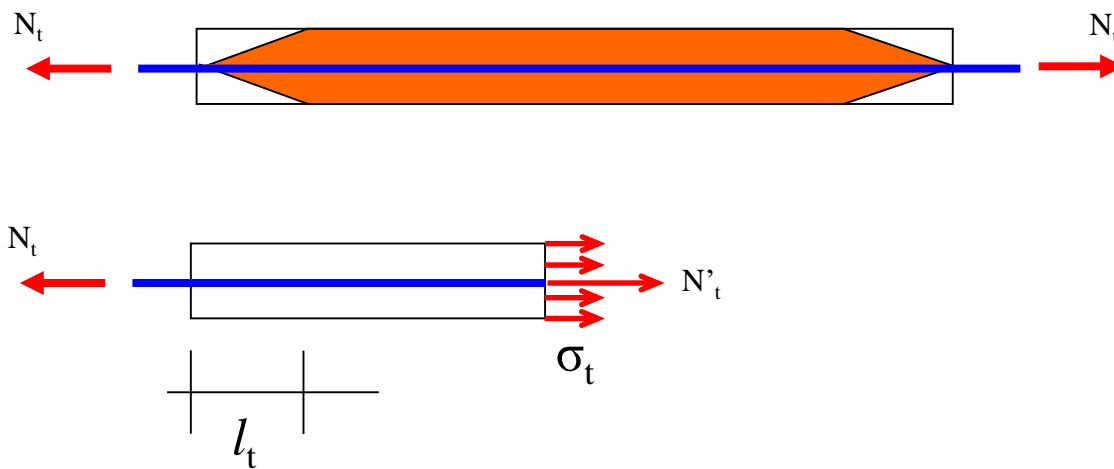
- 配筋形式





# ➤ 轴心受拉构件

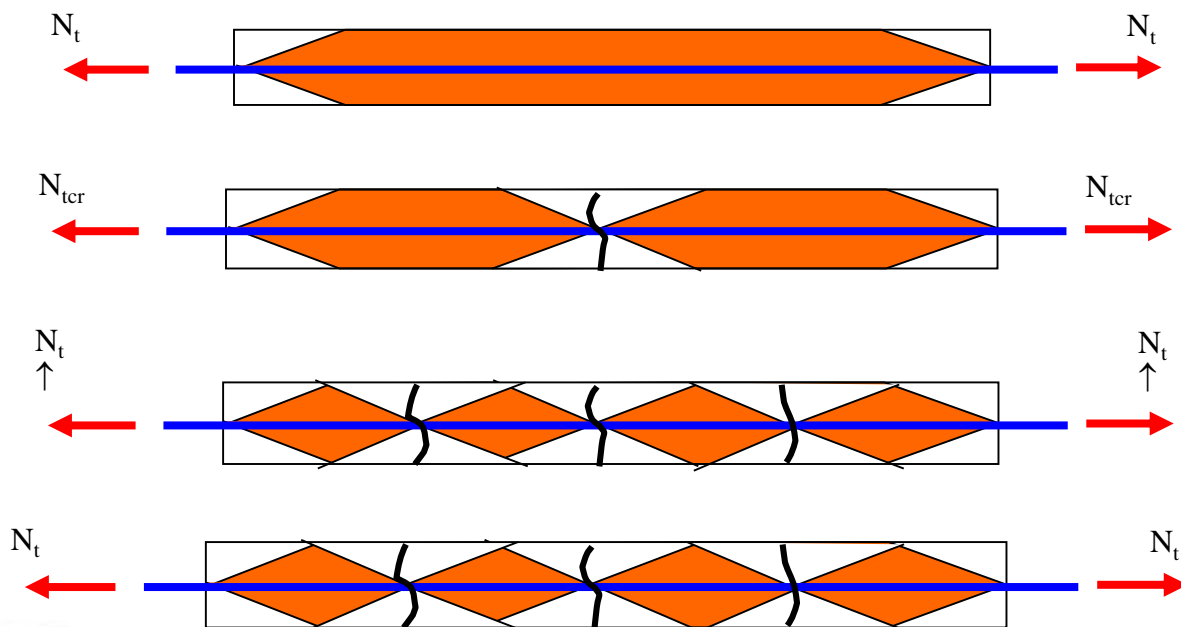
- 试验研究





# ➤ 轴心受拉构件

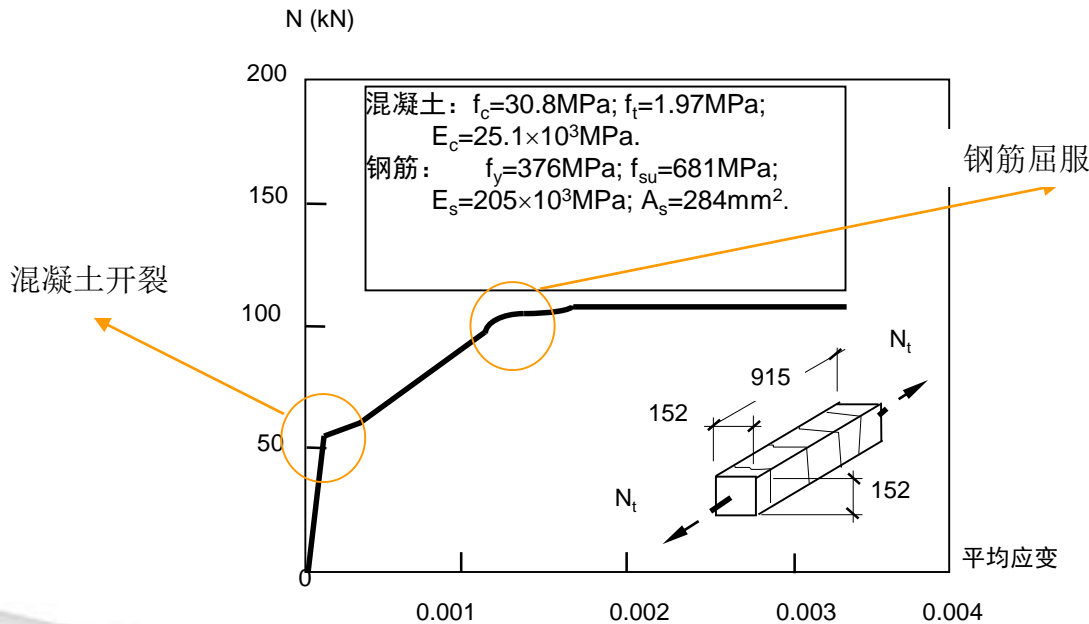
## • 试验研究





# ➤ 轴心受拉构件

## • 试验研究



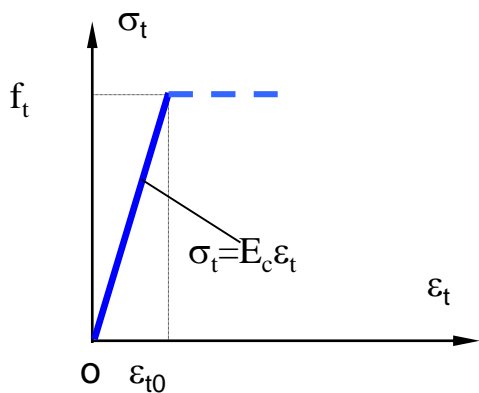
- 三个工作阶段：开裂前，线弹性；开裂至钢筋屈服，裂缝不断发展；钢筋屈服后， $N_t$ 基本不增加
- 首条裂缝出现后还会继续出现裂缝，但裂缝增至一定数量后便不在增加
- 极限承载力取决于钢筋的用量和强度



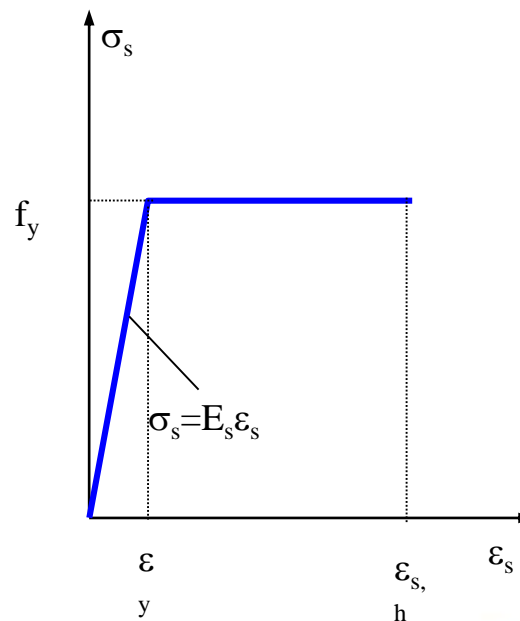


## ➤ 轴心受拉构件

- 受力分析——材料本构关系



混凝土



钢筋



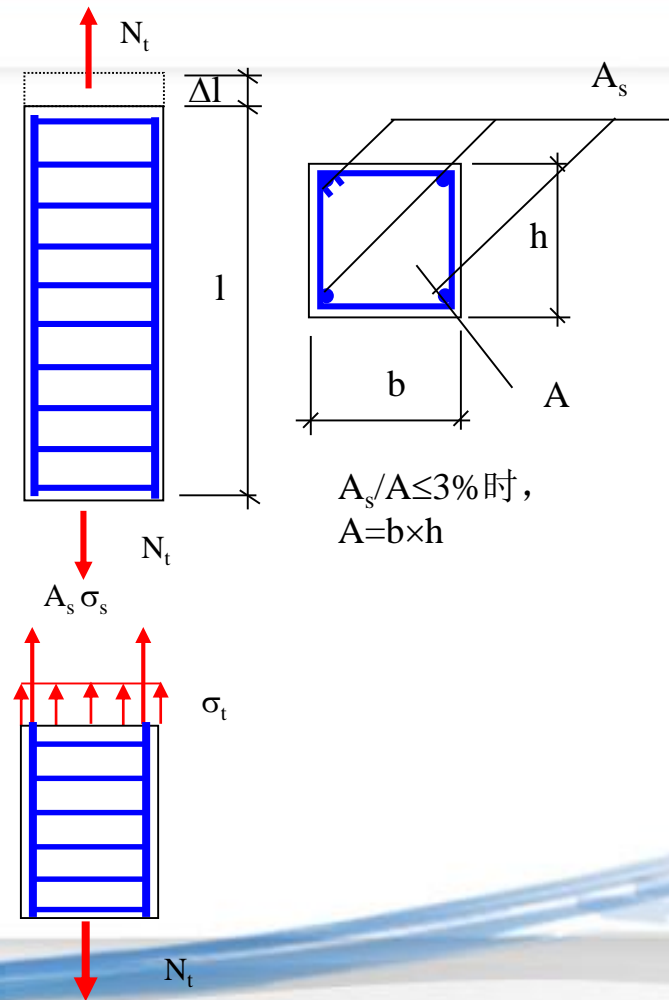


## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——开裂前

$$\varepsilon = \varepsilon_t = \varepsilon_s = \Delta l / l$$

$$\begin{aligned} N_t &= \sigma_t A + \sigma_s A_s \\ &= (E_c A + E_s A_s) \varepsilon \\ &= E_c \left( A + \frac{E_s}{E_c} A_s \right) \varepsilon \\ &= E_c A \left( 1 + \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{A} \right) \varepsilon \\ &= E_c A_0 \varepsilon \end{aligned}$$



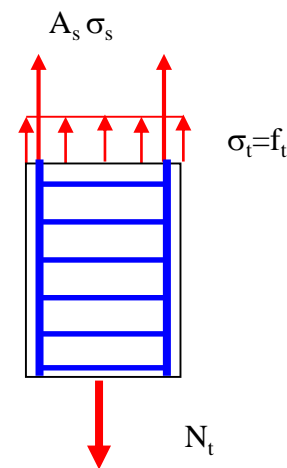
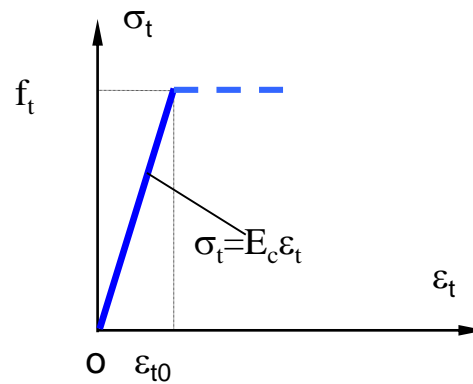


## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——开裂荷载

$$\varepsilon = \varepsilon_{t0}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{tcr}} &= E_c A \left( 1 + \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{A} \right) \varepsilon_{t0} \\ &= E_c A (1 + \alpha_E \rho) \varepsilon_{t0} \end{aligned}$$





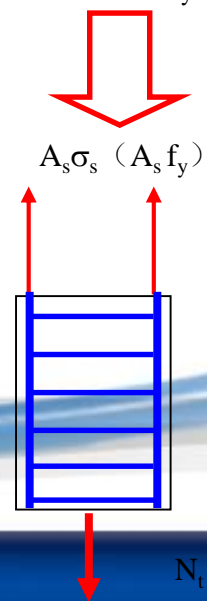
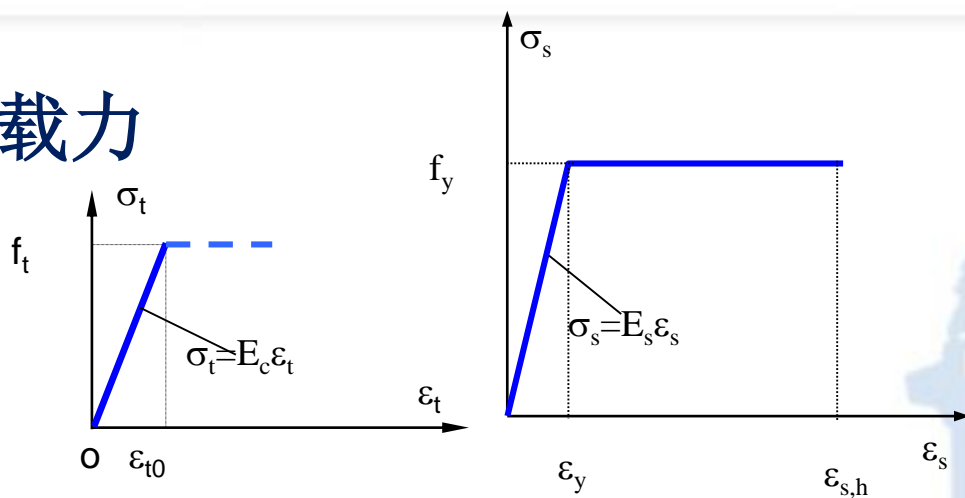
## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——极限承载力

混凝土退出工作

$$N_t = E_s A_s \varepsilon_s$$

$$N_{tu} = f_y A_s$$





## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——既有构件评估

已知  $b, h, A_s, f_t, f_y$ , 评估构件截面承载力  $N_t$

$$N_{tcr} = E_c A \left( 1 + \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{A} \right) \varepsilon_{t0} = E_c A (1 + \alpha_E \rho) \varepsilon_{t0}$$

$$N_{tu} = f_y A_s$$

$$N_t = \max(N_{tu}, N_{tcr})$$

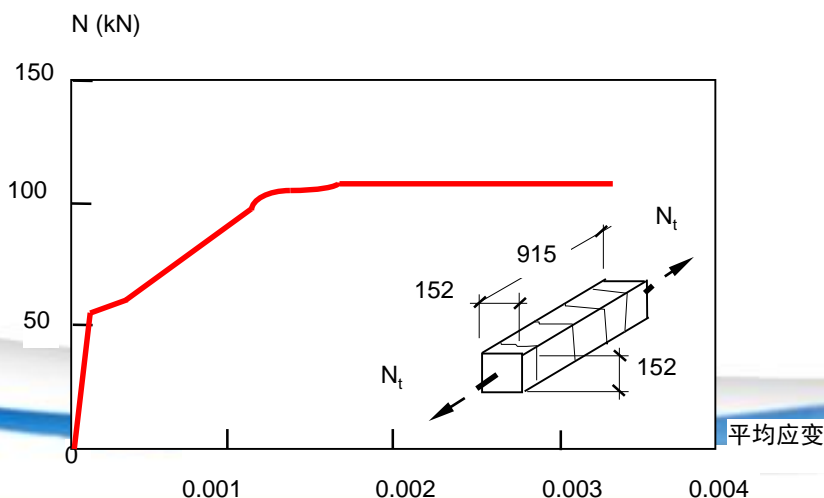


## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——基于承载力的构件截面设计

已知  $b$ ,  $h$ ,  $N_t$ ,  $f_t$ ,  $f_y$ , 评估构件配筋  $A_s$

设计原则是:  $N_t \leq N_{tu}$   $\Rightarrow N_t = N_{tu} = f_y A_s \Rightarrow A_s = \frac{N_t}{f_y}$



延性破坏!



## ➤ 轴心受拉构件

### • 受力分析——基于承载力的构件截面设计

构件有可能发生由混凝土开裂控制的脆性破坏，设计中应避免！

$$N_{tu} \geq N_{tcr} \quad \Rightarrow \quad f_y A_s \geq E_c A (1 + \alpha_E \rho) \varepsilon_{t0} \approx A f_t$$

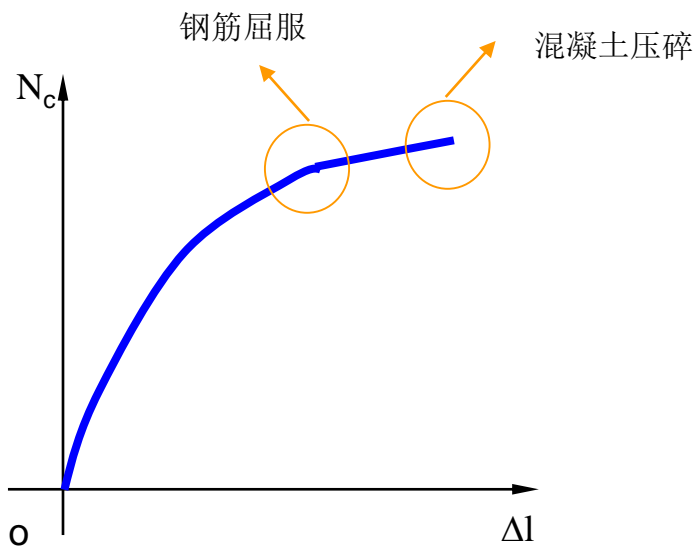
$$\rho = \frac{A_s}{A} \geq \frac{f_t}{f_y} (1 + \alpha_E \rho) \approx \frac{f_t}{f_y} \hat{=} \rho_{\min} \quad \Rightarrow \quad A_s \geq \rho_{\min} A$$

不同规范可能还会对上述值进行调整，作为实例见附表4-1



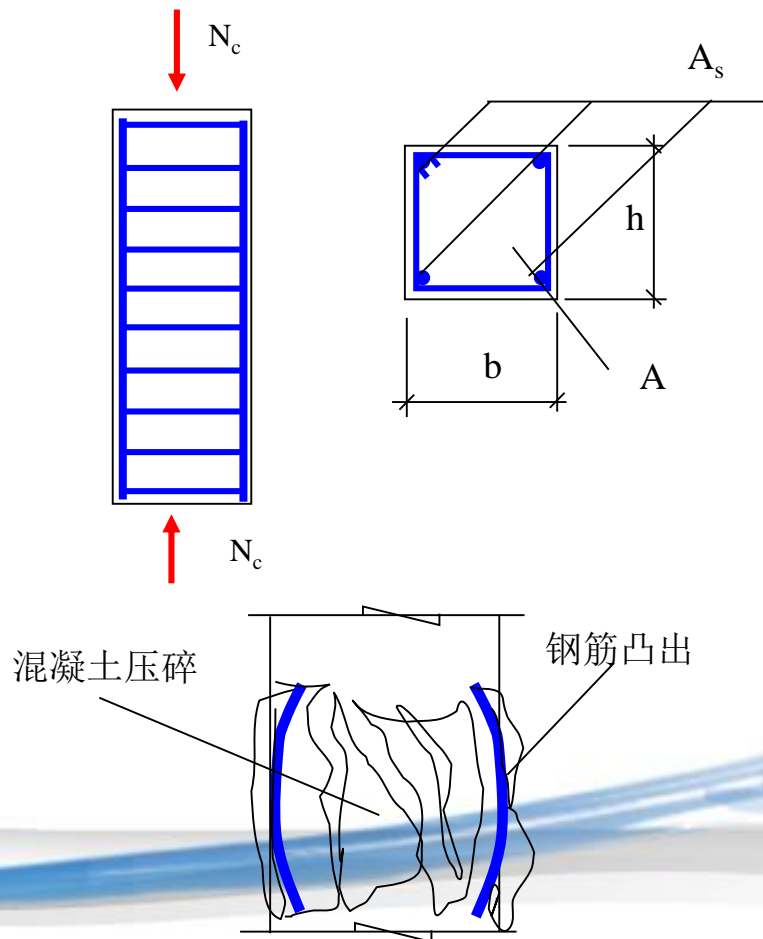
# ➤ 单轴受压构件

## • 试验研究



第一阶段：加载至钢筋屈服

第二阶段：钢筋屈服至混凝土压碎







## ➤ 单轴受压构件

### • 截面分析

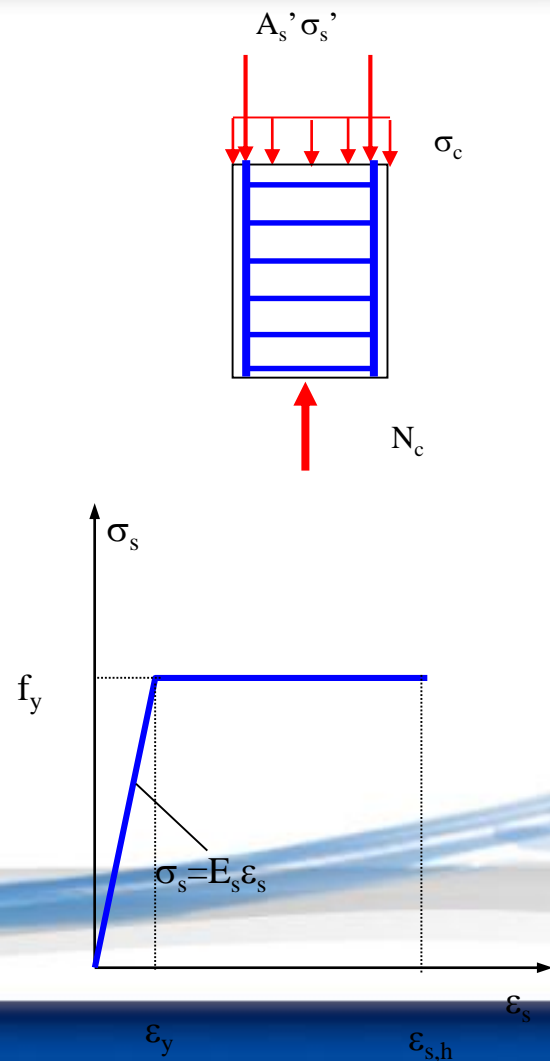
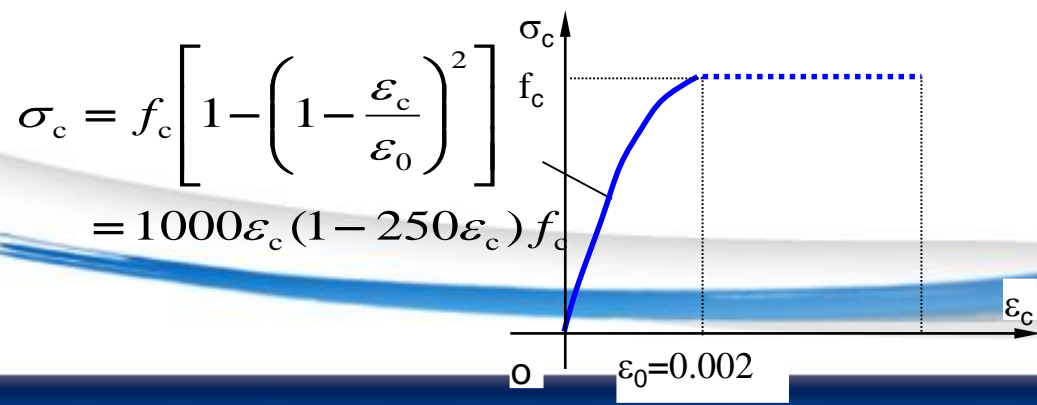
平衡方程

$$N_c = \sigma_c A + \sigma_s' A_s'$$

变形协调方程

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

物理方程(以 $f_{cu} \leq 50\text{Mpa}$ 为例)





## ➤ 单轴受压构件

### • 截面分析——荷载变形关系

#### 第一阶段

$$N_c = \sigma_c A + \sigma_s' A_s'$$

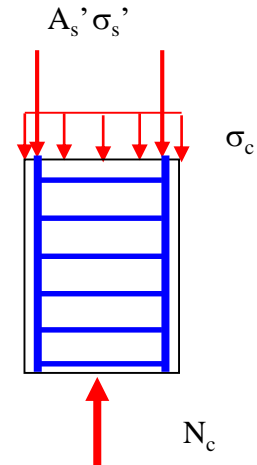
$$= 1000\varepsilon(1 - 250\varepsilon)f_c A + E_s \varepsilon A_s'$$

非线性关系

引入割线模量  $E_c' = \nu E_c$

$$N_c = \nu E_c \varepsilon A + E_s \varepsilon A_s'$$

$$= \nu E_c \varepsilon A \left(1 + \frac{\alpha_E}{\nu} \rho'\right)$$



$$\sigma_c = \frac{N_c}{A \left(1 + \frac{\alpha_E}{\nu} \rho'\right)}$$

$$\sigma_s' = \frac{N_c}{\left(1 + \frac{\nu}{\alpha_E \rho'}\right) A_s'}$$



## ➤ 单轴受压构件

### • 截面分析——荷载变形关系

#### 第二阶段

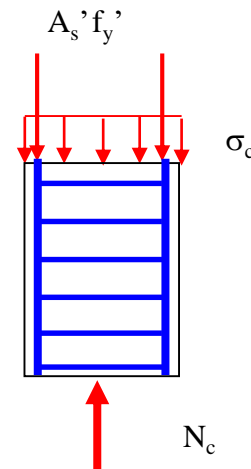
$$N_c = 1000 \varepsilon (1 - 250 \varepsilon) f_c A + f_y' A_s'$$

当 $\varepsilon_0=0.002$ 时，混凝土压碎，柱达到最大承载力

$$N_{cu} = f_c A + f_y' A_s'$$

若 $\varepsilon_s = \varepsilon_0 = 0.002$ ，则

$$\sigma_s' = 0.002 E_s = 0.002 \times 200000 = 400 \text{ N/mm}^2$$



轴心受压短柱中，当钢筋的强度超过 $400 \text{ N/mm}^2$ 时，其强度得不到充分发挥



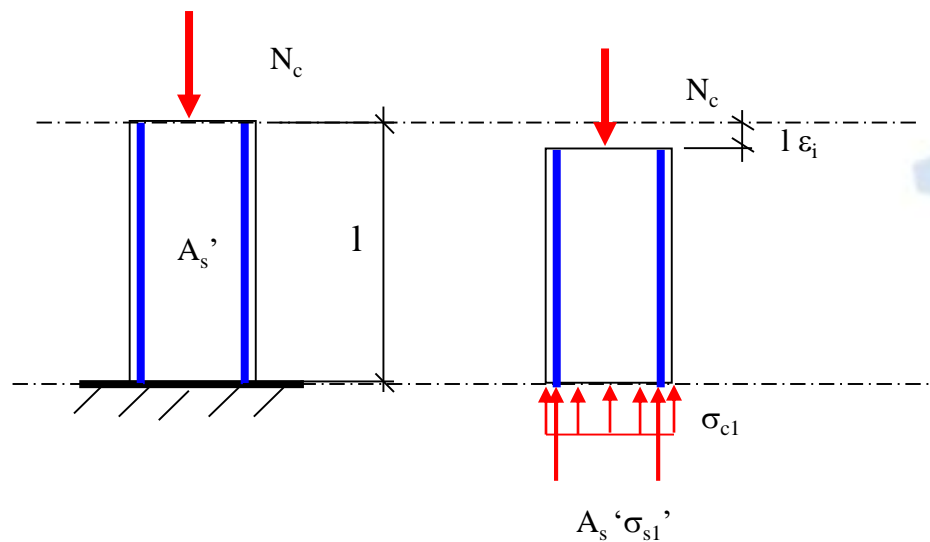
## ➤ 单轴受压构件

- 截面分析——长期荷载作用下徐变的影响

$N_c$ 施加后的瞬时

$$\sigma_{c1} = \frac{N_c}{A(1 + \frac{\alpha_E}{\nu} \rho')}$$

$$\sigma_{s1}' = \frac{N_c}{(1 + \frac{\nu}{\alpha_E \rho'}) A_s'}$$





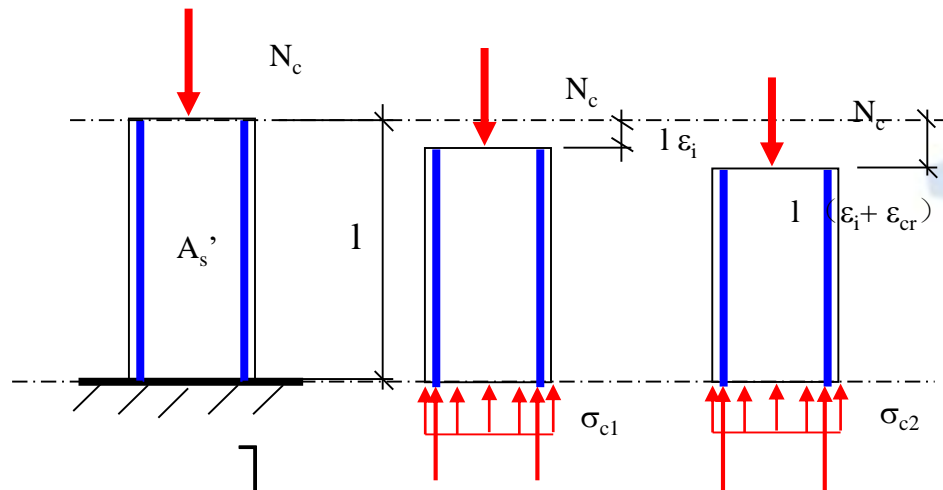
## ➤ 单轴受压构件

- 截面分析——长期荷载作用下徐变的影响  
经历徐变后

$$\varepsilon_{cr} = C_t \varepsilon_i$$

$$\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_{cr} = (1 + C_t) \varepsilon_i$$

$$N_c = \sigma_{c2} A + \sigma_{s2}' A_s'$$



$$\sigma_{s2}' = E_s (1 + C_t) \varepsilon_i = (1 + C_t) \sigma_{s1}'$$

$$\sigma_{c2} = \left[ 1 - \frac{\alpha_E (1 + C_t) A_s'}{(1 + \frac{\alpha_E}{\nu} \rho') \nu A} \right] \frac{N_c}{A}$$

$$= (1 - \frac{\alpha_E}{\nu} \rho' C_t) \sigma_{c1}$$

$$\sigma_{c1} = \frac{N_c}{A(1 + \frac{\alpha_E}{\nu} \rho')}$$

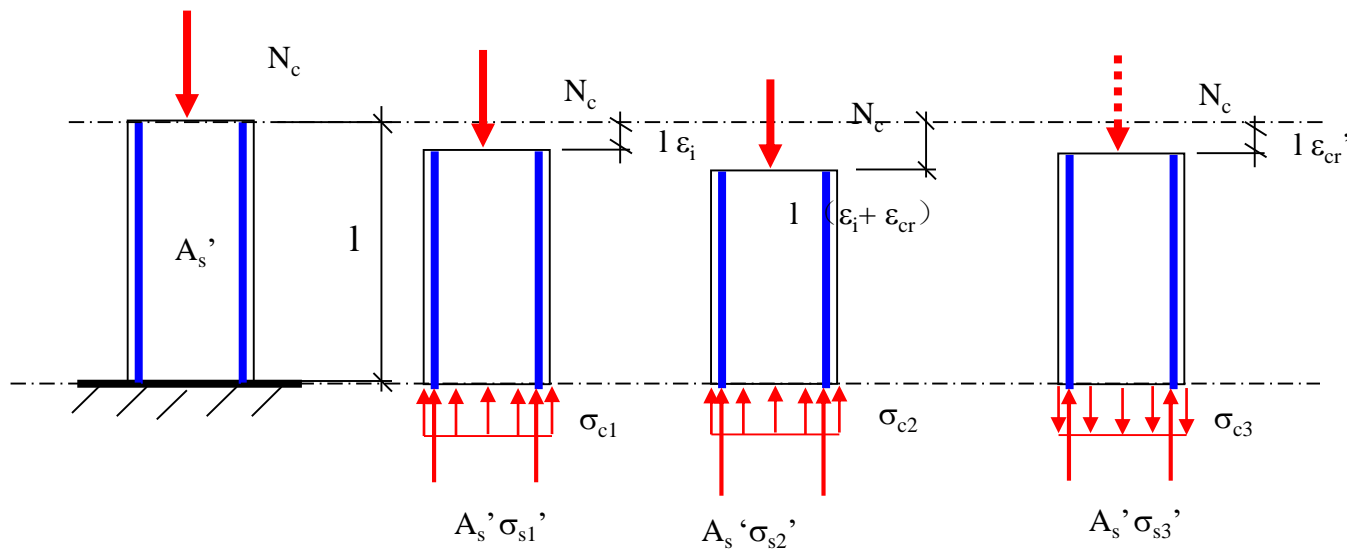
$$\sigma_{s1}' = \frac{N_c}{(1 + \frac{\nu}{\alpha_E \rho'}) A_s'}$$



# ➤ 单轴受压构件

• 截面分析——长期荷载作用下徐变的影响

$N_c$ 撤去后



$$\sigma_{s3}' = E_s \epsilon_{cr}' \quad (\text{压})$$

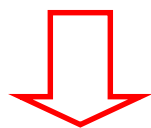
$$\sigma_{c3} = \sigma_{s3}' \frac{A_s}{A} = \sigma_{s3}' \rho' = E_s \epsilon_{cr}' \rho' \quad (\text{拉})$$



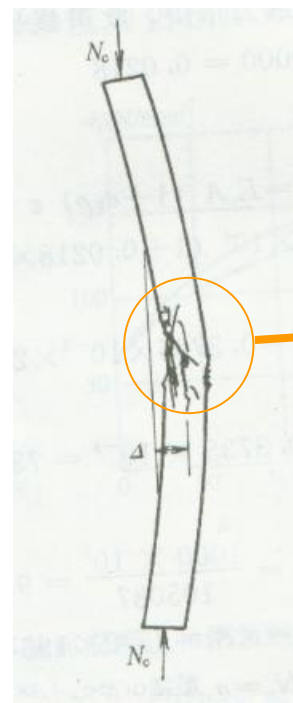
## ➤ 轴心受压长柱

### • 试验研究

长柱的承载力 < 短柱  
的承载力（相同材料、  
截面和配筋）



原因：长柱受轴力和  
弯矩（二次弯矩）的  
共同作用







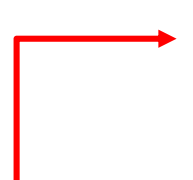
## ➤ 轴心受压长柱

### • 稳定系数

$$\varphi = \frac{N_{cu}^{\text{长}}}{N_{cu}^{\text{短}}}$$



和长细比 $l_0/b$ （矩形截面）直接相关



$$\lambda = l_0 / i$$



$$i = \sqrt{I / A}$$

试验研究表明：

$$l_0 / b < 8 \text{ 时, } \varphi = 1$$

$$l_0 / b = 4 \sim 34 \text{ 时, } \varphi = 1.177 - 0.021l_0 / b$$

$$l_0 / b = 35 \sim 50 \text{ 时, } \varphi = 0.87 - 0.012l_0 / b$$



《混凝土结构设计规范》中，为安全计，取值小于上述结果，详见教材表4-1



## ➤ 轴心受压长柱

### • 承载力公式

$$N_{cu} = \varphi (f_c A + f_y 'A_s')$$



稳定系数





## ➤ 轴心受压长柱

- 轴心受压承载力公式的应用

- 既有构件轴心承载力计算

由 $l_0/b$ 查表4-1求 $\varphi$

验算 $f_y' \leq 400\text{N/mm}^2$

若 $A_s'/b \times h \leq 3\%$ ，则 $A=b \times h$ ；若 $A_s'/b \times h > 3\%$ ，  
则 $A=b \times h - A_s'$

$$N_{cu} = \varphi(f_c A + f_y' A_s')$$



## ➤ 轴心受压长柱

- 轴心受压承载力公式的应用
  - 构件截面设计

由 $l_0/b$ 查表4-1求 $\varphi$     验算 $f_y' \leq 400\text{N/mm}^2$

$$N_c = N_{cu} = \varphi(f_c A + f_y' A_s') \Rightarrow A_s'$$

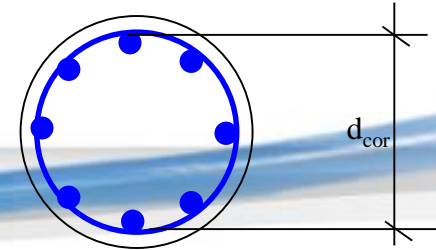
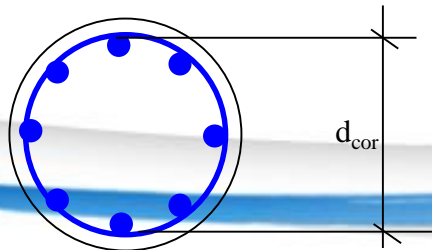
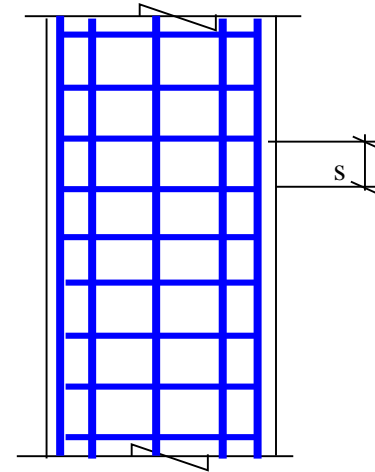
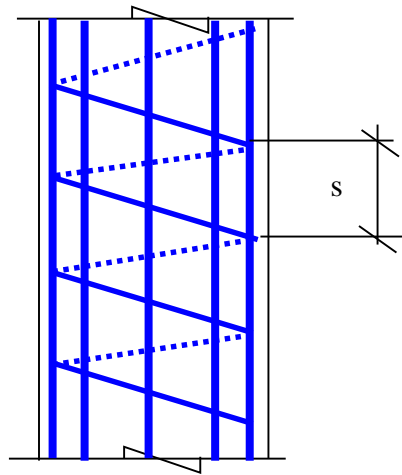
若 $A_s'/b \times h \leq 3\%$ ，则 $A=b \times h$ ；若 $A_s'/b \times h > 3\%$ ，  
则 $A=b \times h - A_s'$ ，重新计算

验算最小配筋率



# 螺旋配箍柱受力分析

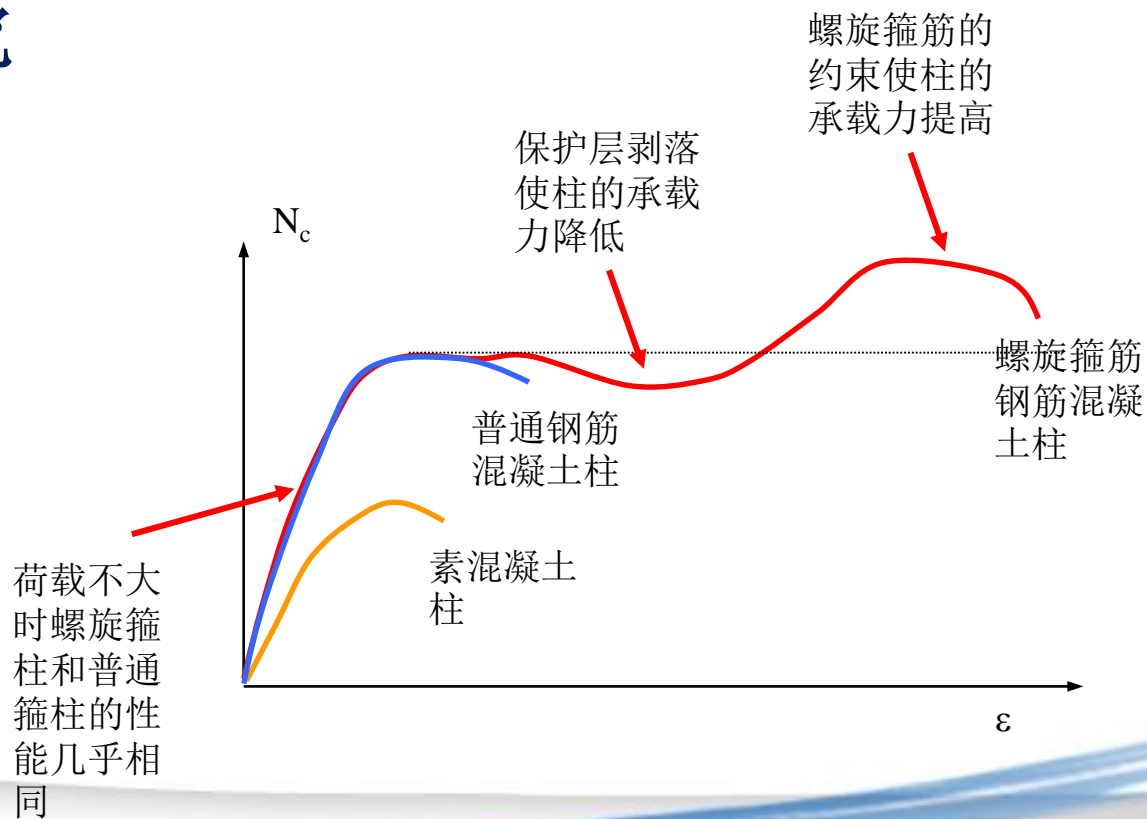
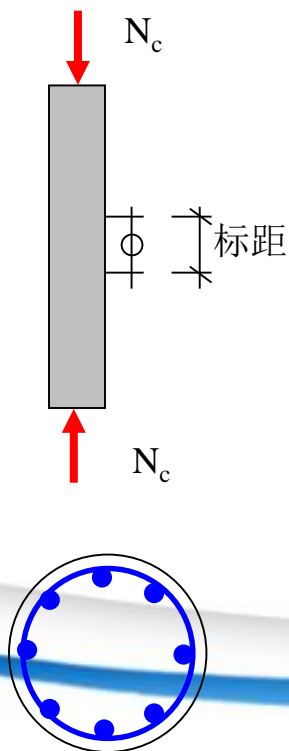
- 受力形式





# 螺旋配箍柱受力分析

## • 试验研究





## ➤ 螺旋配箍柱受力分析

### • 承载力计算

约束混凝土的抗压强度

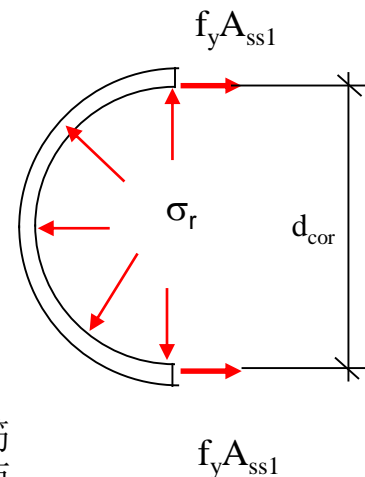
$$f_{cc} = f_c + 4\sigma_r$$

当箍筋屈服时 $\sigma_r$ 达最大值

$$\sigma_r = \frac{2f_y A_{ss1}}{sd_{cor}} = \frac{2f_y A_{ss1} d_{cor} \pi}{4 \frac{\pi d_{cor}^2}{4} s} = \frac{f_y A_{ss0}}{2A_{cor}}$$

间接钢筋  
的换算面  
积

核心区混  
凝土的截  
面积







## ➤ 螺旋配箍柱受力分析

### • 承载力计算

$$\begin{aligned} N_{cu} &= f_{cc} A_{cor} + f_y' A_s' = (f_c + 4\sigma_r) A_{cor} + f_y' A_s' \\ &= f_c A_{cor} + f_y' A_s' + 2f_y A_{ss0} \end{aligned}$$

- 算得的承载力不宜大于普通箍柱承载力的1.5倍，以免保护层过早脱落
- 当 $l_0/d_c > 12$ 时，不考虑箍筋的有利作用
- 当按上式算得的承载力小于普通箍柱承载力时，取后者
- $A_{ss0}$  小于 $A_s'$ 的25%时，不考虑箍筋的有利作用
- $40 \leq s \leq 80$  和  $d_{cor}/5$

