

混凝土结构基本原理

第十一章 混凝土构件的使用性能



任晓丹

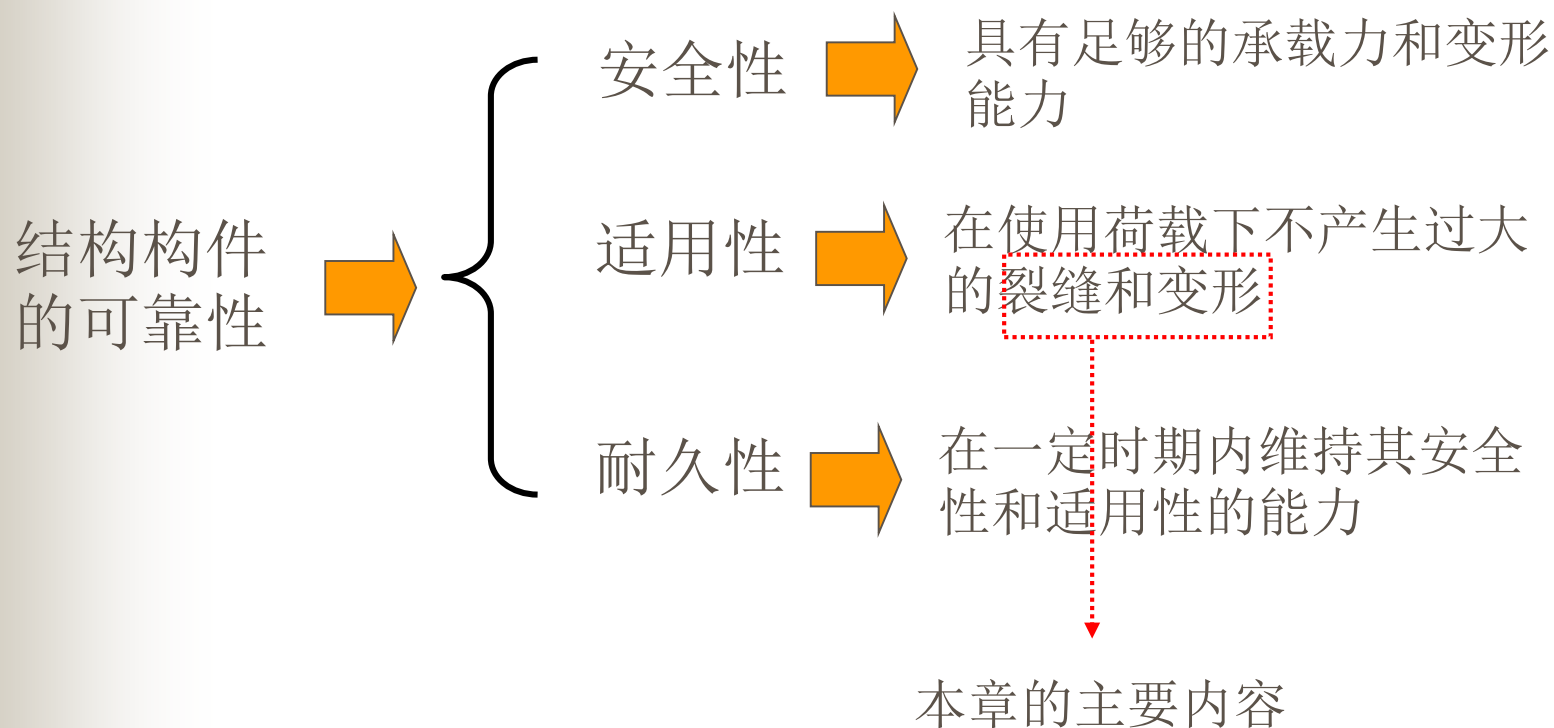
同济大学建筑工程系

www.renxiaodan.com

rxdjtj@tongji.edu.cn

同济大学土木楼A413

一、引言



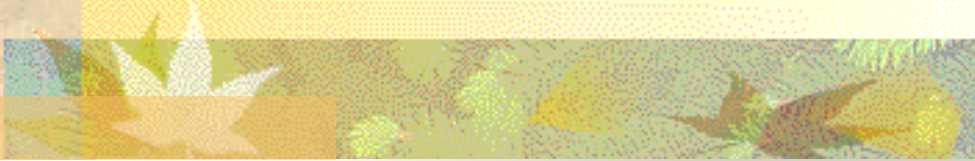
God made solids,

but **cracks** were the work of the **devil**.



“Las ideas no son responsables de lo
que los hombres hacen de ellas”.

WOLFGANG PAULI
WOLFGANG@PAULI



Prison Break



二、构件的裂缝控制

1. 裂缝的分类

按裂缝的产生时间



施工期间产生的裂缝和使用期间产生的裂缝

按裂缝的产生原因



非受力因素产生的裂缝和受力因素产生的裂缝

按裂缝的形态

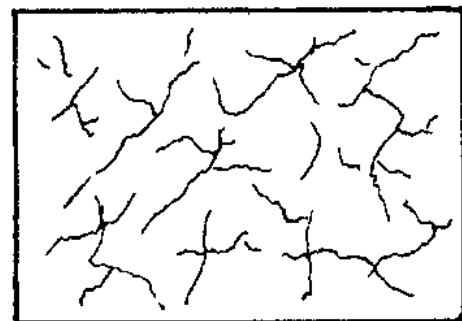
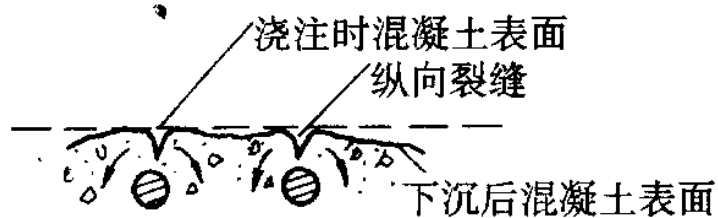


龟裂、横向裂缝（与构件轴线垂直）、纵向裂缝、斜裂缝、八字裂缝、X形交叉裂缝等

二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

施工期间的裂缝



塑性裂缝



固体下沉，表面泌水而引起的。
大风、高温使水分从混凝土表面快速蒸发引起的（龟裂）。

温度裂缝



大体积混凝土中由于混凝土水化作用产生的水化热使内外混凝土产生温度差。

约束收缩裂缝



混凝土的收缩受到约束后产生的裂缝

二、构件的裂缝控制

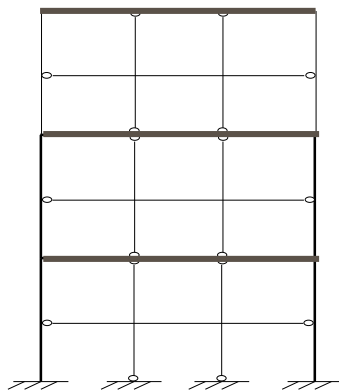
2. 裂缝的成因

施工期间的裂缝

施工中的
受力裂缝



因施工程序不当而造成的受力裂缝



二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

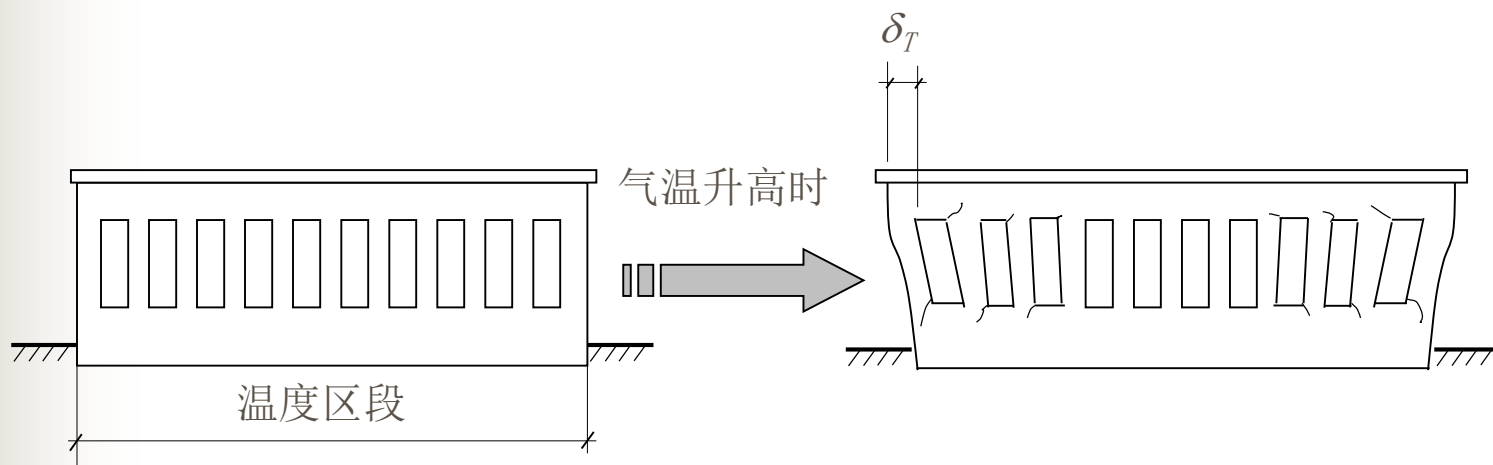
使用期间的裂缝——钢筋锈蚀引起的裂缝



二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

使用期间的裂缝——温度（气温）变化引起的裂缝



二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

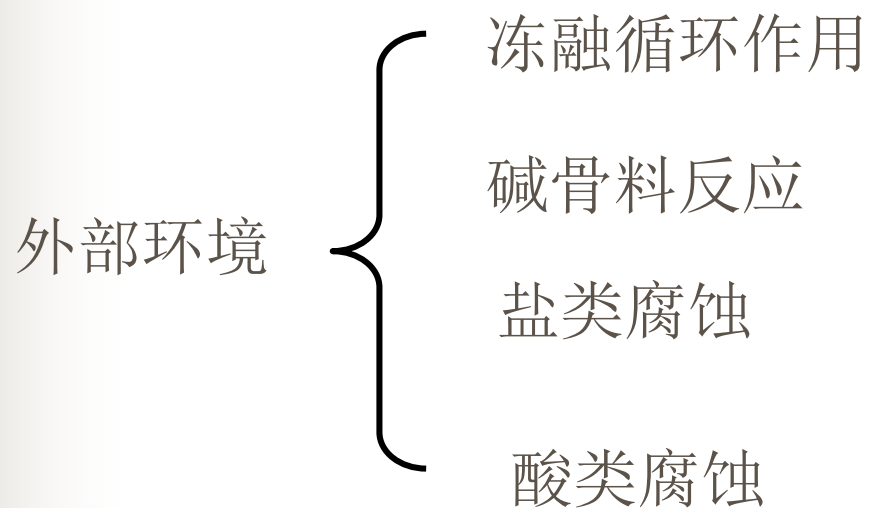
使用期间的裂缝——地基不均匀沉降引起的裂缝



二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

使用期间的裂缝——外部环境引起的裂缝



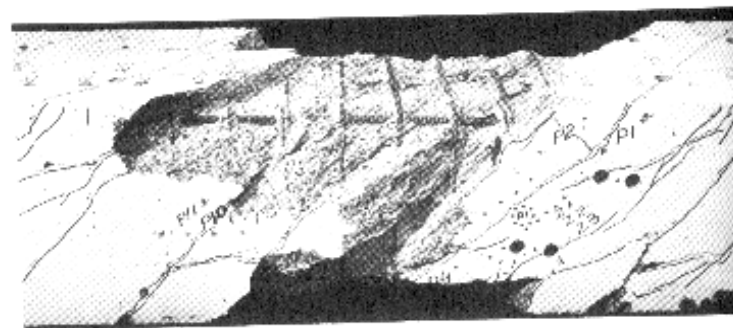
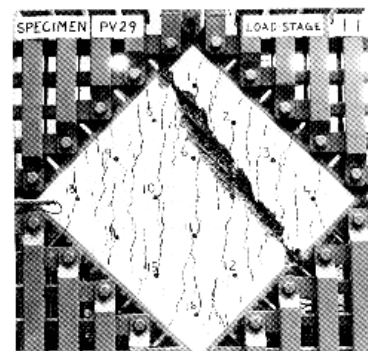
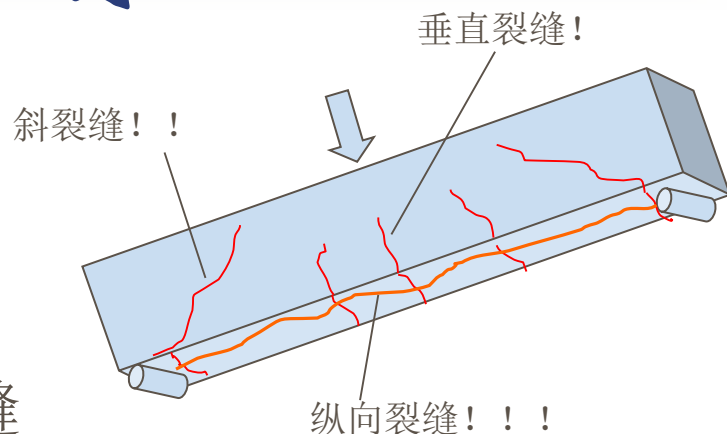
二、构件的裂缝控制

2. 裂缝的成因

使用期间的裂缝——荷载引起的裂缝

拉、弯、剪、扭、粘结等引起的裂缝

目前，只有在拉、弯状态下混凝土横向裂缝宽度的计算理论比较成熟。这也是下面所要介绍的主要内容



二、构件的裂缝控制

3.正截面抗裂度验算（以GB50010为例）

严格要求不出现裂缝（一级）

$$S = S_{Gk} + S_{Q1k} + \sum_{i=2}^n \psi_{ci} S_{Qi k}$$

荷载效应标准组合下（短期效应）混凝土中不产生拉应力

$$\sigma_{sk} - \sigma_{pcII} \leq 0$$

$$\sigma_{ck} = \frac{N_k}{A_0}, \sigma_{ck} = \frac{M_k}{W_0}$$

二、构件的裂缝控制

3.正截面抗裂度验算（以GB50010为例）

一般要求不出现裂缝（二级）

$$S = S_{Gk} + \sum_{i=1}^n \psi_{qi} S_{Qik}$$

荷载效应准永久组合下（长期效应）混凝土中不产生拉应力，荷载效应标准（短期）组合下混凝土中可有拉力但应小于混凝土抗拉强度

$$\sigma_{cq} - \sigma_{pcII} \leq 0$$

$$\sigma_{cq} = \frac{N_q}{A_0}, \sigma_{cq} = \frac{M_q}{W_0}$$

$$\sigma_{ck} - \sigma_{pcII} \leq f_{tk}$$



二、构件的裂缝控制

3.正截面抗裂度验算（以GB50010为例）

允许出现裂缝（三级）

允许出现裂缝，但应限制其宽度，见教材表11-1

二、构件的裂缝控制

4. 受弯构件斜截面抗裂度验算（以GB50010为例）

混凝土的主应力

$$\begin{aligned} \sigma_{tp} \\ \sigma_{cp} \end{aligned} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_x = \sigma_{pcII} + \frac{M_k y_0}{I_0}$$

$$\tau = \frac{(V_k - \sum \sigma_{pe} A_{pb} \sin \alpha_p) S_0}{I_0 b}$$

二、构件的裂缝控制

4.受弯构件斜截面抗裂度验算（以GB50010为例）

混凝土的主拉应力

一级  $\sigma_{tp} \leq 0.85f_{tk}$

二级  $\sigma_{tp} \leq 0.95f_{tk}$

二、构件的裂缝控制

4.受弯构件斜截面抗裂度验算（以GB50010为例）

混凝土的主压应力

一级



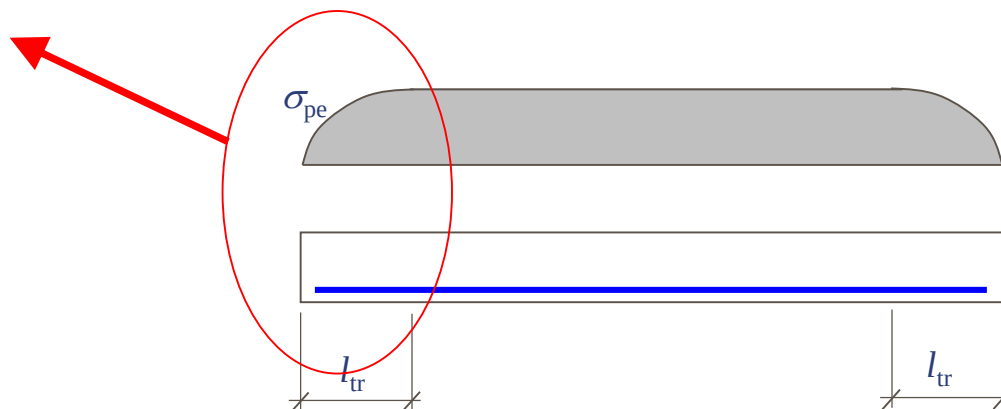
$$\sigma_{cp} \leq 0.60f_{ck}$$

二级

二、构件的裂缝控制

4. 受弯构件斜截面抗裂度验算（以GB50010为例）

先张法应考虑
传递长度内的
实际应力分布

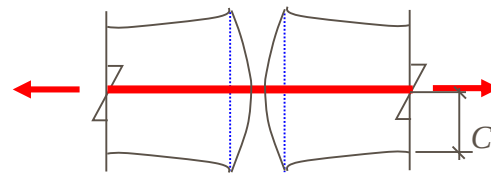


三、横向受力裂缝宽度的计算

1. 粘结滑动理论

以轴心受拉为例

*基本假定就是：开裂后，裂缝处混凝土退出工作，钢筋和混凝土之间发生滑移，混凝土回缩至图中虚线的位置



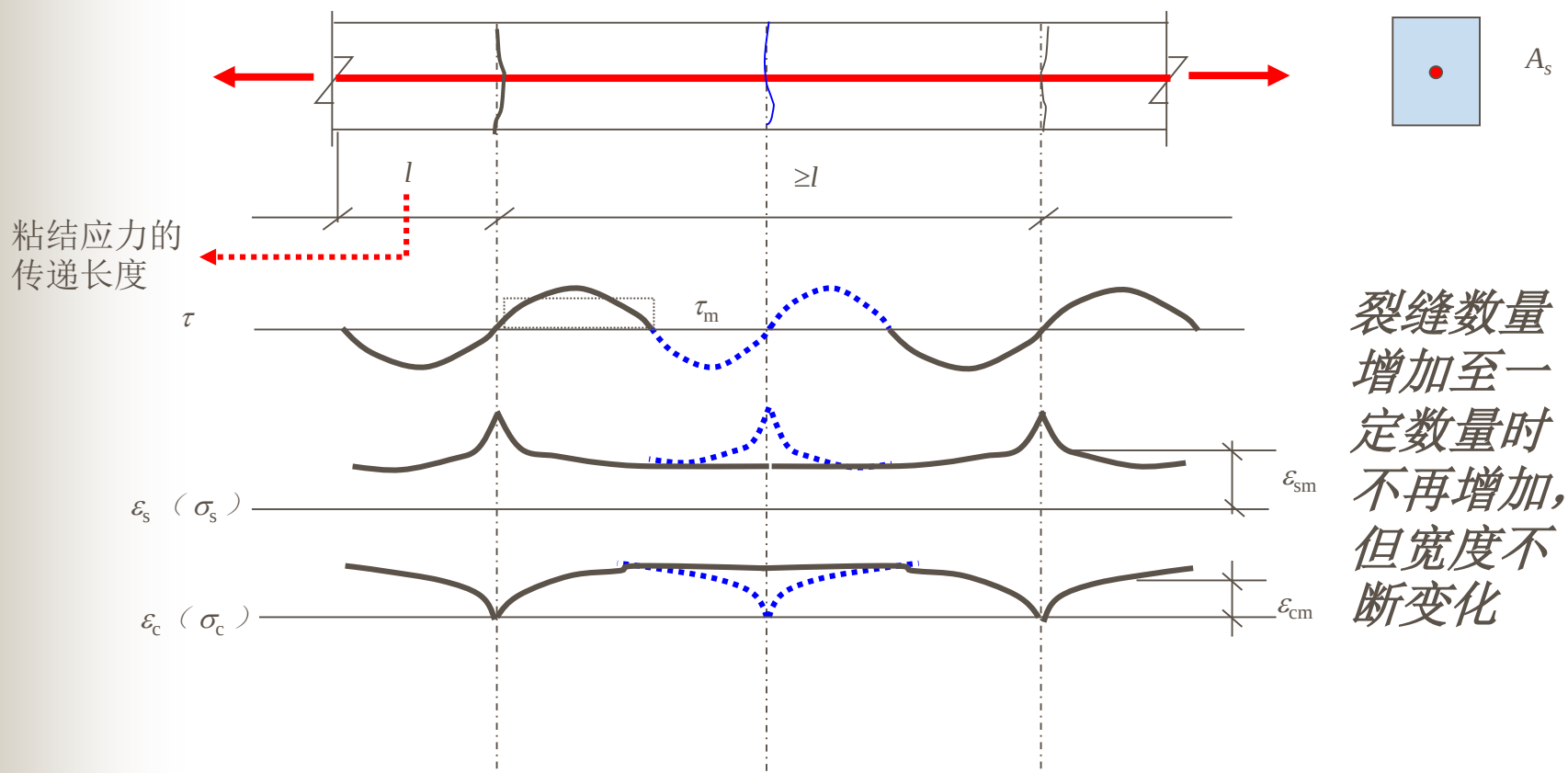
*裂缝宽度=裂缝间钢筋和混凝土之间的变形差值

先求出裂缝间距

三、横向受力裂缝宽度的计算

1. 粘结滑移理论

裂缝的间距



三、横向受力裂缝宽度的计算

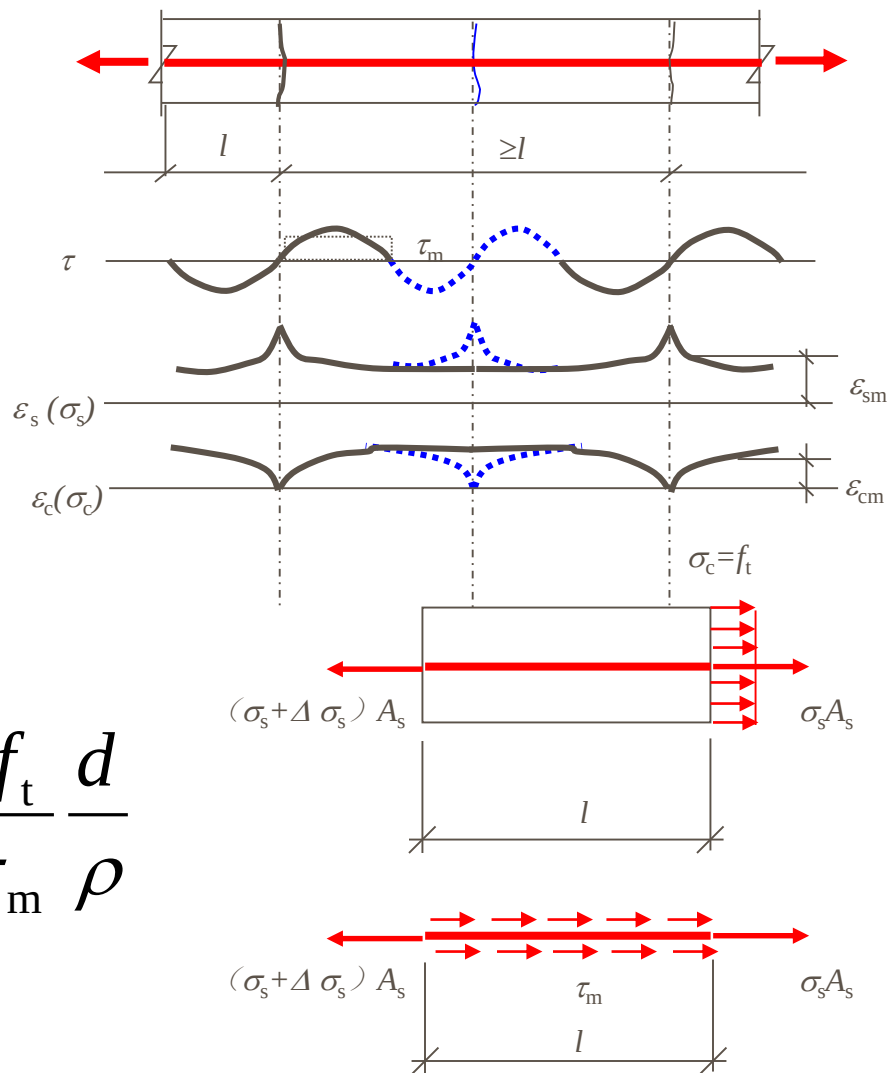
1. 粘结滑移理论

裂缝的间距

$$\Delta\sigma_s A_s = f_t A$$

$$\Delta\sigma_s A_s = \tau_m l d \pi$$

$$l = \frac{f_t A}{\tau_m \pi d} = \frac{f_t}{\tau_m} \frac{1}{\frac{\pi d^2}{4A}} d = \frac{1}{4} \frac{f_t}{\tau_m} \frac{d}{\rho}$$



三、横向受力裂缝宽度的计算

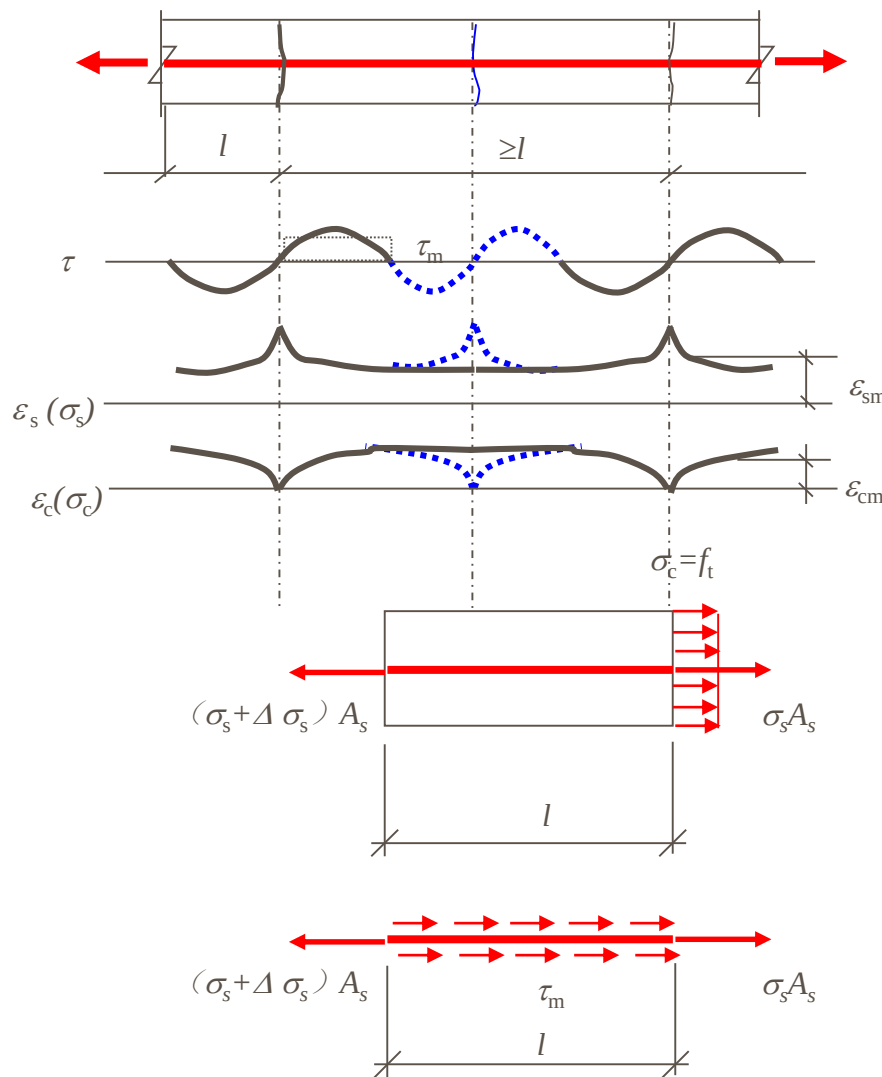
1. 粘结滑移理论

裂缝的间距

裂缝的最小间距 = l
 裂缝的最大间距 = $2l$

裂缝的平均间距 $\longrightarrow l_m = 1.5l$

$$l_m = \frac{1.5}{4} \frac{f_t}{\tau_m} \frac{d}{\rho} = k_2' \frac{d}{\rho}$$



三、横向受力裂缝宽度的计算

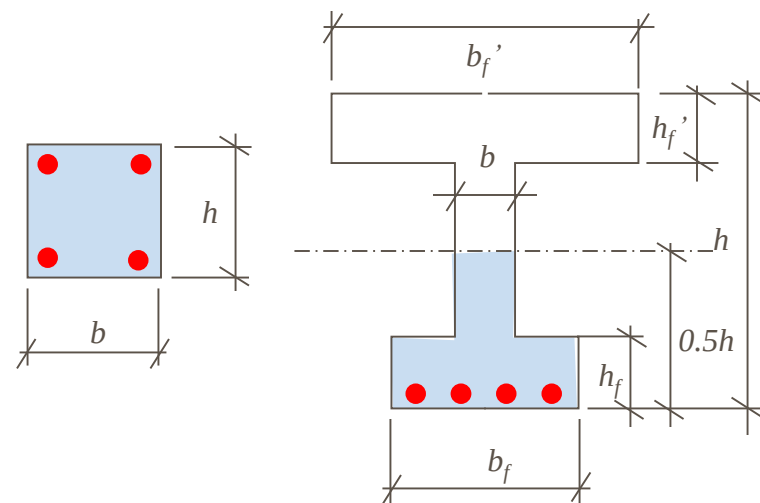
1. 粘结滑移理论

裂缝的间距

为了和受弯构件相统一，定义：

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{A_{te}}$$

有效配筋率 ← 有效受拉面积 →



轴拉构件： $A_{te} = bh$

受弯构件： $A_{te} = 0.5bh + (b_f - b)h_f$

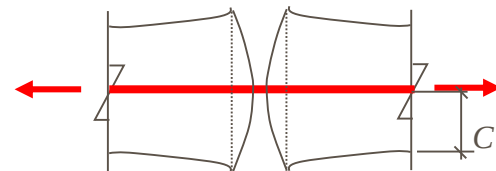
于是，对轴拉和受弯构件，平均裂缝间距的公式可统一写成：

$$l_m = k_2 \frac{d}{\rho_{te}}$$

三、横向受力裂缝宽度的计算

1. 粘结滑移理论

裂缝的宽度



$$w_m = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})l_m = k'_{w2}\varepsilon_{sm}l_m$$

设 $\psi = \varepsilon_{sm} / \varepsilon_s$ 称为裂缝间钢筋应力不均匀系数，则有

ε_{sm} 裂缝处钢筋的应变

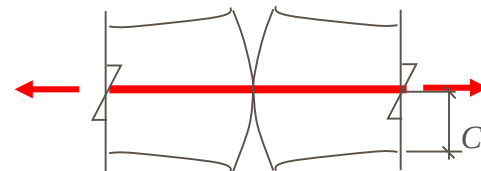
$$w_m = k'_{w2}\varepsilon_{sm}l_m = k'_{w2}\psi\varepsilon_sl_m = k_{w2}\psi\frac{\sigma_s}{E_s}\frac{d}{\rho_{te}}$$

σ_s 裂缝处钢筋的应力

三、横向受力裂缝宽度的计算

2. 无滑移理论

认为混凝土开裂后，混凝土与钢筋之间无相对滑移，裂缝的发展宽度与裂缝量测点距最近一根钢筋表面的距离 c 直接相关。



*Broms（美）Base（英）等人通过试验得出：

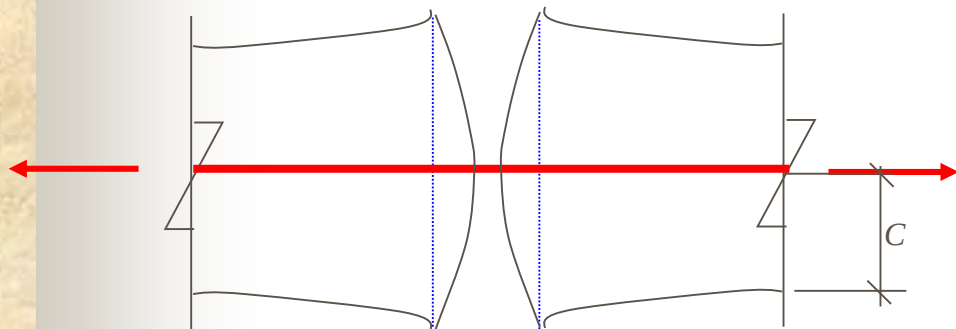
$$w_m = k_{w1} c \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$l_m = k_1 c$$

➤ 裂缝的计算

我国规范方法

上述两种理论和实际情况均有一定的差距，为此**将二者结合起来进行计算分析：**

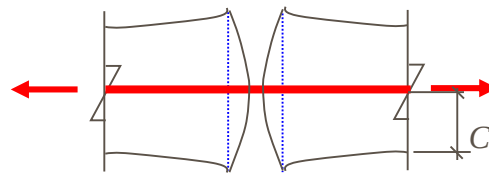


丁大钧先生

三、横向受力裂缝宽度的计算

3. 粘接滑移与无滑移理论的结合

上述两种理论和实际情况均有一定的差距，为此将二者结合起来，按下述公式进行计算分析：



$$l_m = k_l (k_1 c + k_2 \frac{d}{\rho_{te}})$$

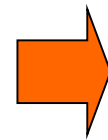
$$w_m = k_w k_l \psi \frac{\sigma_s}{E_s} (k_1 c + k_2 \frac{d}{\rho_{te}})$$

各系数由试验分析确定

四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

《混凝土结构设计规范》（GB 50010）



所采用的方法

《水工钢筋混凝土结构设计规范》

四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

平均裂缝间距

受弯 $k_l=1.0$;
轴拉 $k_l=1.1$

$$l_m = k_l (1.9c + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

$$d_{eq} = \frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i \nu_i d_i}$$

光圆，取0.7；变形，取1.0

$\rho_{te} < 0.01$ 时，取 $\rho_{te} = 0.01$

$c < 20$ 时，取 $c = 20$ ； $c > 65$ 时，取 $c = 65$

四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

我国规范方法最大裂缝宽度公式：

$$w_{\max} = \alpha_{cr} \psi \frac{\sigma_s}{E_s} (1.9c + 0.08 \frac{d_{eq}}{\rho_{te}})$$

钢筋应力（应变），
体现外荷载的作用。

无滑移理论对应项。

粘结滑移对应项。

构件受力特征系数，
体现构件的受力形式。

钢筋应变不均匀系数，
体现混凝土抗拉强度的影响。

四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

预应力轴拉构件裂缝处钢筋的应力

和普通混凝土构件的方法基本相同，但应注意开裂荷载的计算方法

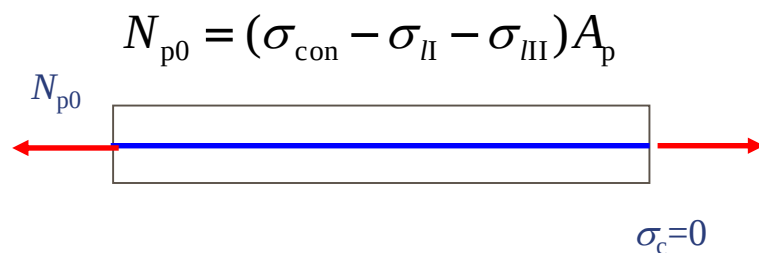
使混凝土中预应力为0时的拉力

先张法

$$N_{p0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}})A_p - \sigma_{l5}A_s$$



非预应力钢筋的截面积



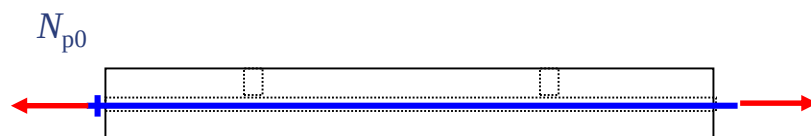
四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

预应力轴拉构件裂缝处钢筋的应力

$$N_{p0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII}) A_p$$

使混凝土中预应力为0时的拉力



后张法

$$N_{p0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_E \sigma_{pcII}) A_p - \sigma_{l5} A_s$$

非预应力钢筋的截面积

四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

预应力轴拉构件裂缝处钢筋的应力 N

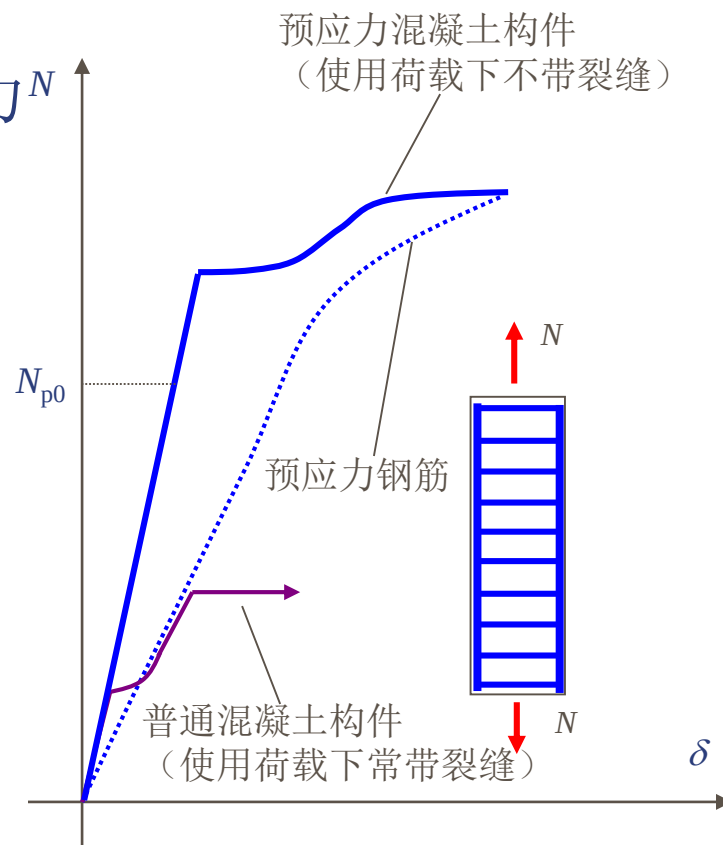
钢筋的应力

在 N_s-N_{p0} 的拉力作用下混凝土中产生裂缝

$$\sigma_{sk} = \frac{N_k - N_{p0}}{A_p + A_s}$$

预应力钢筋的截面面积

非预应力钢筋的截面面积

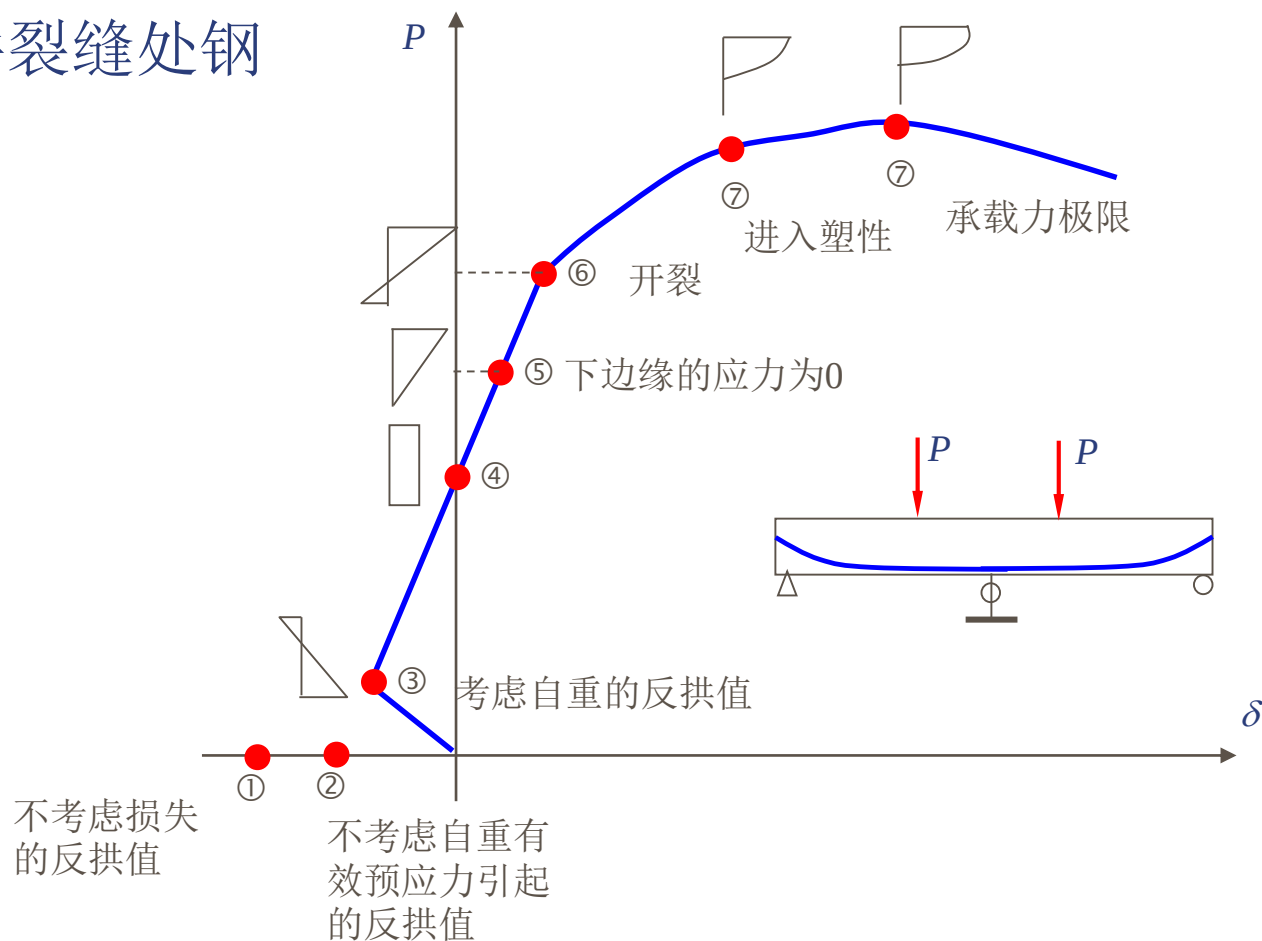


四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

预应力受弯构件裂缝处钢筋的应力

和轴拉构件类似，参见教材中的相应内容！



四、裂缝宽度的实用计算方法

1. 半理论半经验的方法

裂缝的最大宽度

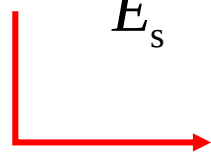
由裂缝的统计特性，按95%的保证率

$$w_{\max} = 1.66w_m, \quad (\text{弯, 正态分布})$$

$$w_{\max} = 1.9w_m, \quad (\text{轴拉, 偏态分布})$$

考虑到长期荷载下，混凝土徐变影响导致裂缝继续扩大，取扩大系数为1.5

$$w_{\max} = \alpha_{\text{cr}} \psi \frac{\sigma_s}{E_s} (1.9c + 0.08 \frac{d_{\text{eq}}}{\rho_{\text{te}}})$$


$$\begin{cases} \text{轴拉: } \alpha_{\text{cr}} = 1.5 \times 1.9 \times 0.85 \times 1.1 = 2.7 \\ \text{受弯: } \alpha_{\text{cr}} = 1.5 \times 1.66 \times 0.85 \times 1.0 = 2.1 \end{cases}$$

四、裂缝宽度的实用计算方法

2. 以数理统计分析为基础的计算方法

《公路钢筋混凝土及预应力桥涵设计规范》采用的方法

钢筋的直径，采用不同直径的钢筋时

取换算直径： $d = \frac{4A_s}{\mu}$

$$w_{\max} = C_1 C_2 C_3 \frac{\sigma_s}{E_s} \left(\frac{30 + d}{0.28 + 10\rho} \right) \quad (\text{mm})$$

受拉钢筋的总周长

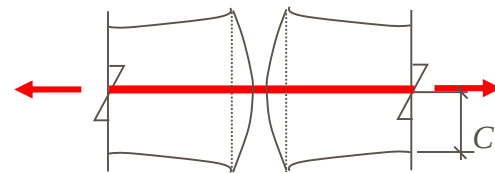
$$\rho = \frac{A_s}{bh_0 + (b_f - b)h_f} \left\{ \begin{array}{l} \rho > 0.02 \text{ 时, 取 } \rho = 0.02 \\ \rho < 0.006 \text{ 时, 取 } \rho = 0.006 \end{array} \right.$$

五、裂缝宽度的控制

$$w_{\max} \leq w_{\lim}$$



由不同的《规范》根据
具体的情况确定



六、受弯构件的变形与刚度

1. 截面抗弯刚度的特点

$$f = s \frac{Ml_0^2}{EI} = s \frac{M}{B} l_0^2$$

与荷载形式、支承条件有关的系数

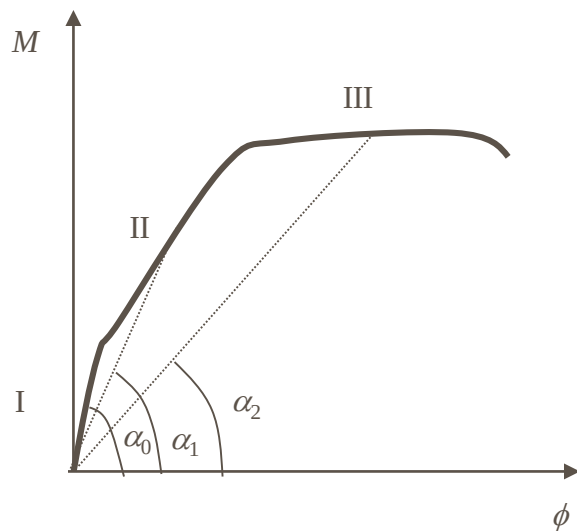
$$M = EIy'' = EI\phi \quad \Rightarrow \quad B = EI = M/\phi$$

钢筋混凝土纯弯段截面抗弯刚度的特点：

*随着弯矩增大 B 不断降低

*短期荷载效应时的挠度对应短期刚度 B_s

*长期荷载效应时的挠度对应长期刚度 B_l (徐变、裂缝的不断发展等等)



六、受弯构件的变形与刚度

2. 短期刚度 B_s

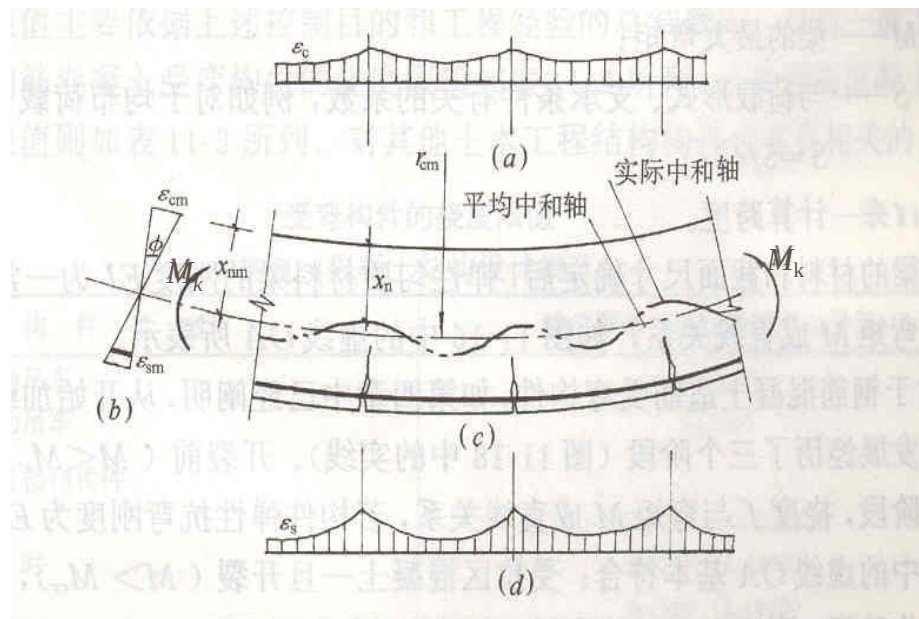
解析刚度法

就平均应变而言符合平截面假定

$$\phi = \frac{\varepsilon_{cm} + \varepsilon_{sm}}{h_0}$$

短期荷
载效应

$$B_s = \frac{M_k}{\phi} = \frac{M_k h_0}{\varepsilon_{cm} + \varepsilon_{sm}}$$

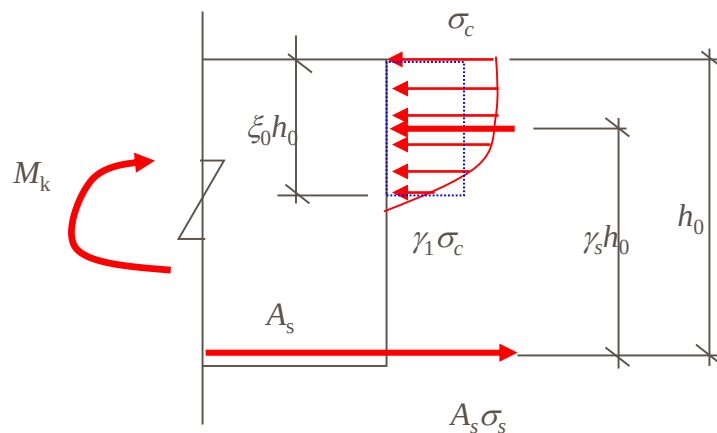


六、受弯构件的变形与刚度

2. 短期刚度 B_s

解析刚度法

裂缝截面处的应力和应变



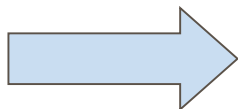
$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_s}{\nu E_c}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s = \frac{M_k}{A_s \gamma_s h_0}$$

$$\sigma_c = \frac{M_k}{\gamma_1 \xi_0 \gamma_s b h_0^2}$$

平均应变



$$\varepsilon_{sm} = \psi \varepsilon_s = \psi \frac{\sigma_s}{E_s} = \psi \frac{M_k}{A_s \gamma_s h_0 E_s}$$

$$\varepsilon_{cm} = \psi_c \varepsilon_c = \psi_c \frac{\sigma_s}{\nu E_c} = \psi_c \frac{M_k}{\gamma_1 \xi_0 \gamma_s b h_0^2 \nu E_c} = \frac{M_k}{\zeta b h_0^2 E_c}$$

六、受弯构件的变形与刚度

2. 短期刚度 B_s

解析刚度法

$$B_s = \frac{M_k}{\phi} = \frac{M_k h_0}{\varepsilon_{cm} + \varepsilon_{sm}} = \frac{1}{\frac{\psi}{A_s \gamma_s h_0^2 E_s} + \frac{1}{\zeta b h_0^3 E_c}} = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{\psi}{\gamma_s} + \frac{\alpha_E \rho}{\zeta}}$$

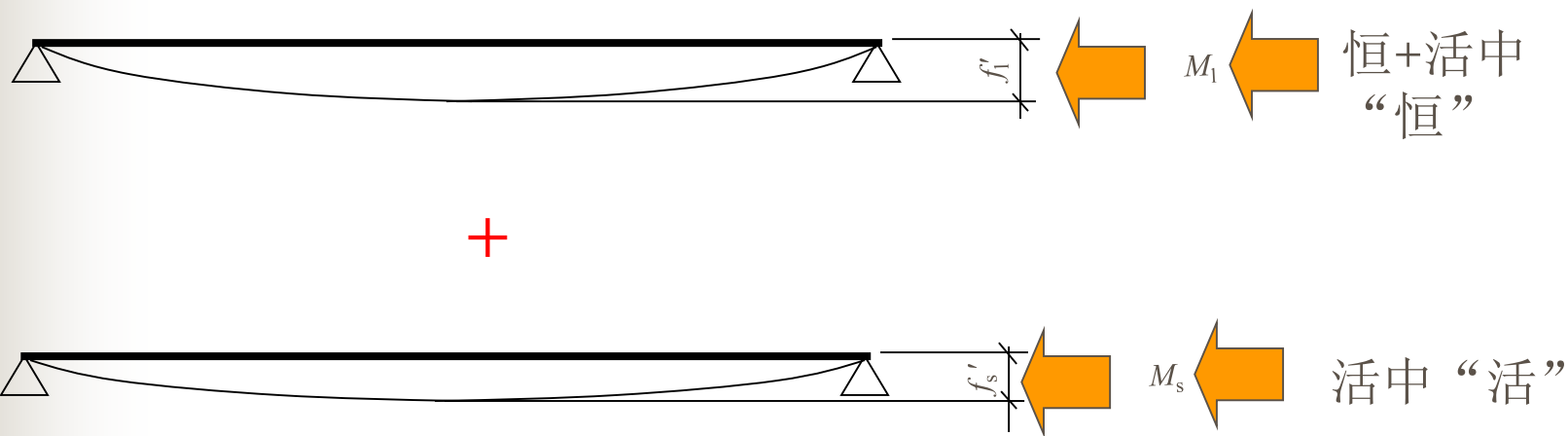
GB 50010采用的就是上述公式，且有 $\frac{\alpha_E \rho}{\zeta} = 0.2 + 6\alpha_E \rho$ ，于是：

$$B_s = \frac{M_k}{\phi} = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15\psi + 0.2 + 6\alpha_E \rho}$$

六、受弯构件的变形与刚度

3. 荷载长期作用下的刚度

基本概念



六、受弯构件的变形与刚度

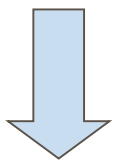
3. 荷载长期作用下的刚度

变形系数法

定义: $\theta = f / f_s \longrightarrow f = \theta f_s$

GB50010

$$f = s \frac{M_k - M_q}{B_s} l_0^2 + s \frac{M_q l_0^2}{B_s} \theta = s \frac{M_k}{B} l_0^2$$



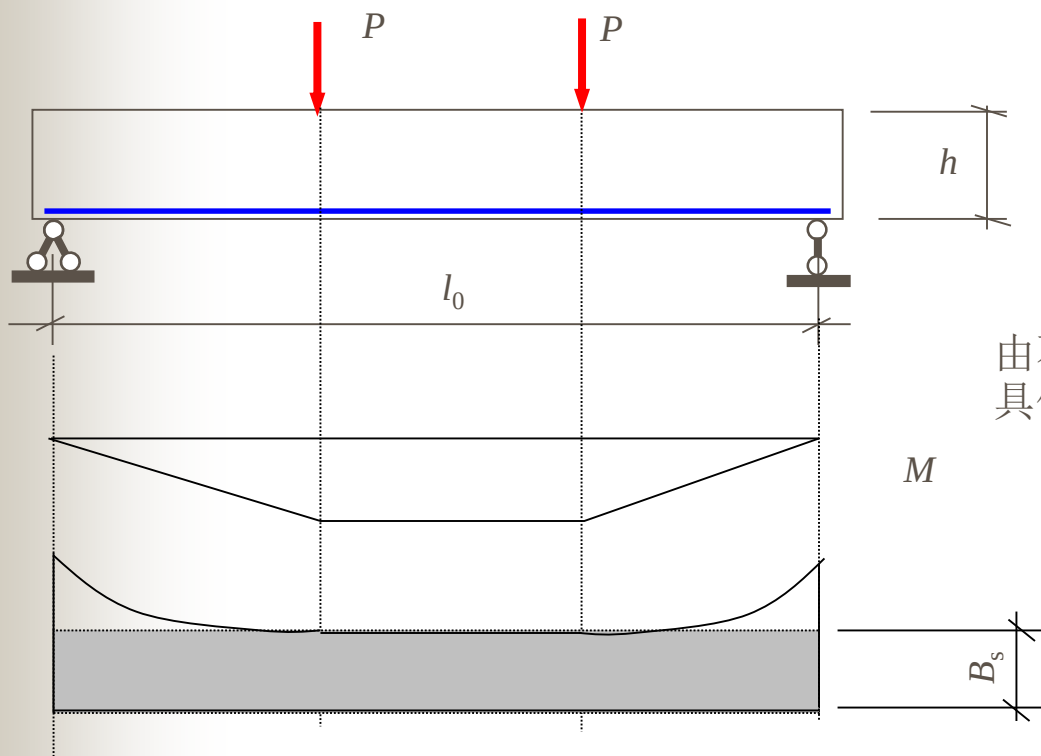
$$B = \frac{M_k}{M_q(\theta - 1) + M_k} B_s$$

$$\begin{cases} \rho' = 0 \text{ 时, } \theta = 2.0 \\ \rho' = \rho \text{ 时, } \theta = 1.6 \end{cases} \Rightarrow \theta = 2.0 - 0.4 \rho' / \rho$$

六、受弯构件的变形与刚度

4. 受弯构件的挠度计算

最小刚度原则



$$f = s \frac{M_k l_0^2}{B_l} \leq f_{\lim}$$

由不同的《规范》根据具体的情况确定





六、受弯构件的变形与刚度

5. 基于弹性刚度的简化计算

参见教材中的相关内容！



六、受弯构件的变形与刚度

6. 预应力受弯构件的变形验算

参见教材中的相关内容！