



# 第十章 预应力结构性能与计算

任晓丹

同济大学建筑工程系

[www.renxiaodan.com](http://www.renxiaodan.com)

[rxdtj@tongji.edu.cn](mailto:rxdtj@tongji.edu.cn)

同济大学土木楼A413



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY



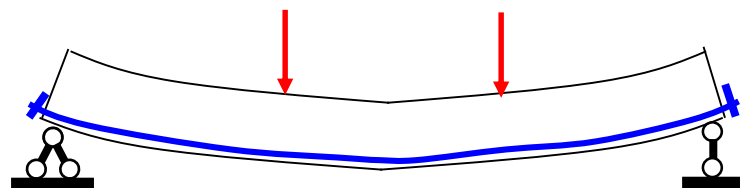
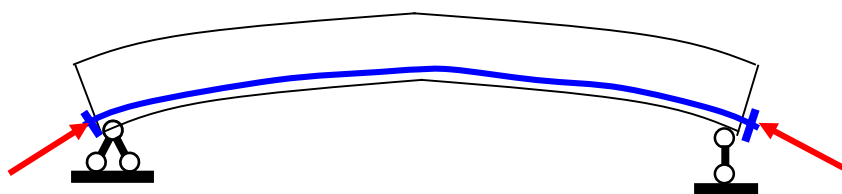


## ➤ 基本概念

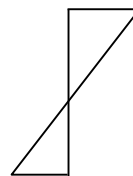
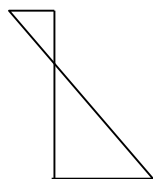




## ➤ 预应力结构的特点

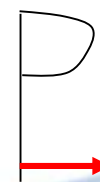
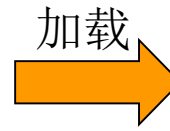
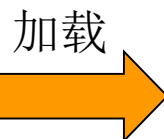


\*提高刚度和抗裂度



\*减轻结构自重

\*提高梁的抗扭和抗剪承载力,  
但不提高抗弯承载力



\*提高梁的抗疲劳承载力保护钢筋免受大气腐蚀

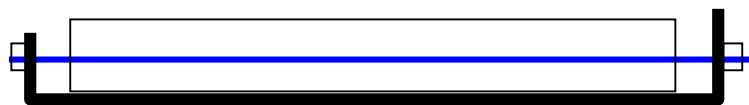


## ➤ 先张法与后张法

张拉预应力筋并在  
台座上固定



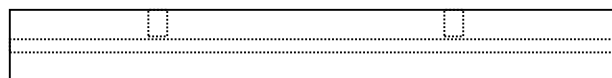
浇注混凝土构件



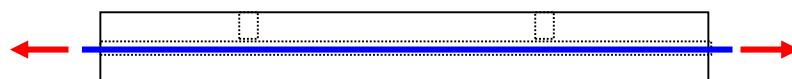
混凝土强度达设计  
强度的70%以上时  
剪断预应力筋



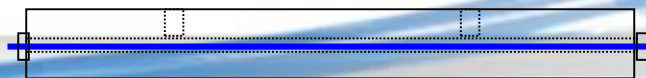
浇混凝土构件，并  
在构件中预留孔道



在构件中预留孔道  
中穿预应力筋并张拉



锚固灌浆





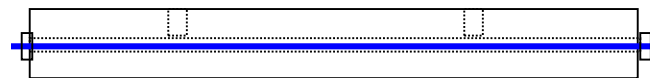
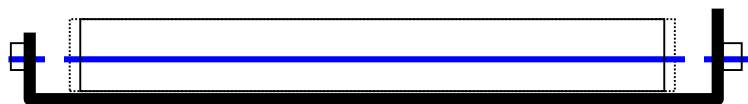


## ➤ 先张法与后张法





## ➤ 有粘结与无粘结



有粘结预应力混凝土

先张法生产的预应力混凝土构件以及后张法张拉预应力筋后在孔道中灌浆所生产的预应力混凝土构件

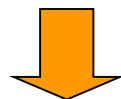
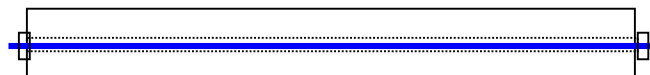


特点

受力性能好，裂缝分布均匀，裂缝宽度较小



## ➤ 有粘结与无粘结



无粘结预应力混凝土

后张法张拉预应力筋后不在孔道中灌浆  
所生产的预应力混凝土构件



特点

造价低，便于以后再次张拉或更换预应力筋





## ➤ 全预应力与部分预应力



使用荷载下不出现  
拉应力或裂缝

全预应力混凝土构件



使用荷载下允许混凝土  
受拉区产生宽度不大的裂缝

部分预应力混凝土构件



## ➤ 施加预应力的方法

### • 张拉预应力筋的方法

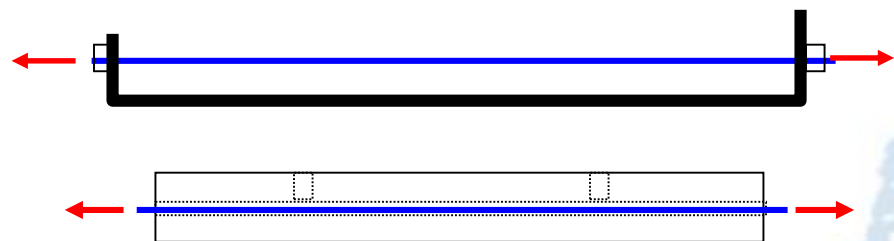
\*直接张拉法：用千斤顶等机械工具直接张拉预应力筋

\*电热法：低电压强电流通过预应力筋使其发热伸长，达设计要求时断电

\*连续配筋法：用旋转工作台将预应力筋缠绕于混凝土块体上或水池壁上

\*自张法：用自应力水泥制成混凝土，结硬时混凝土膨胀带动混凝土中的预应力筋一起伸长，在混凝土中产生压力

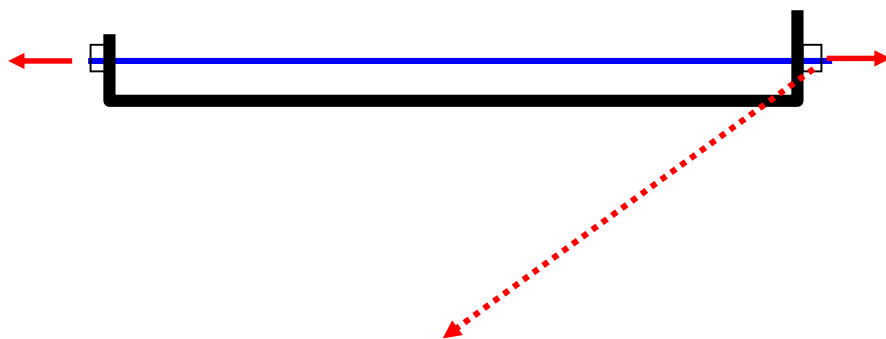
\*直接加压法：用千斤顶直接在构件两端加力使其获得预压力



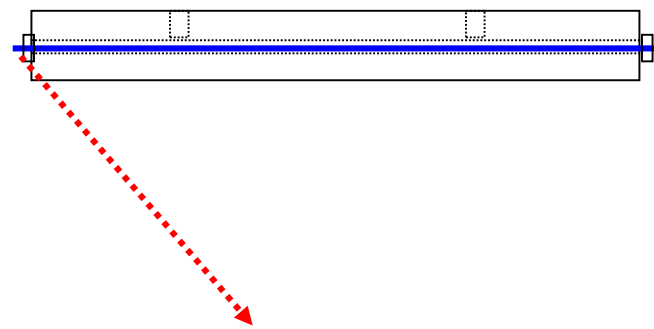


## ➤ 施加预应力的方法

### • 锚具与夹具



\*夹具：主要依靠摩擦力来夹住钢筋，它不留在构件上，剪断预应力筋后夹具的作用即消失



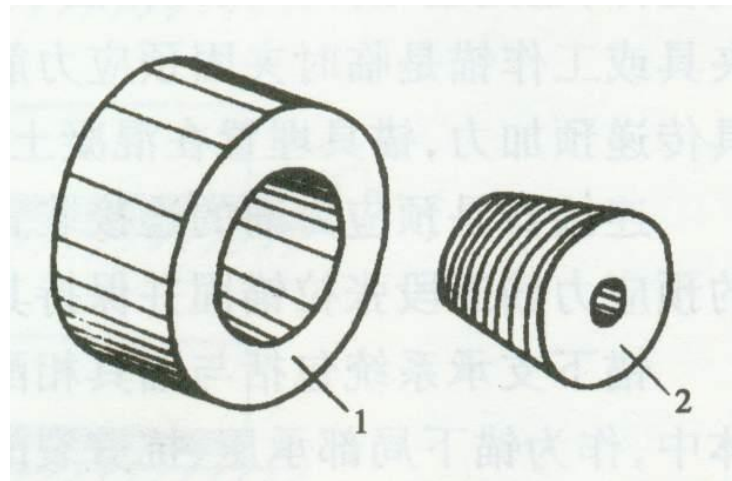
\*锚具：永久地留在构件上，如锚具失效构件中的预应力将全部消失。



## ➤ 施加预应力的方法

- 锚具与夹具

摩擦型锚具

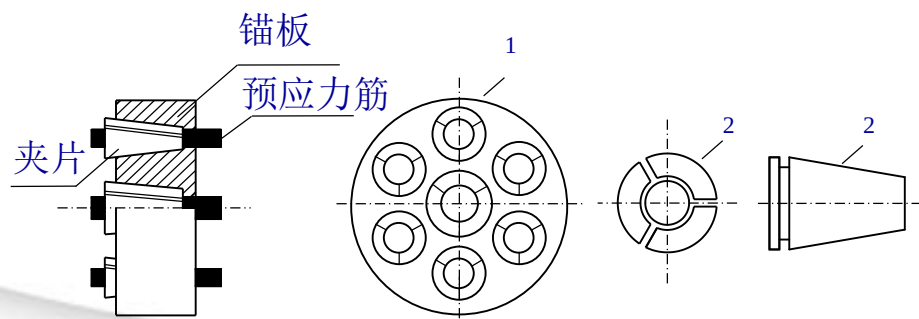




## ➤ 施加预应力的方法

### • 锚具与夹具

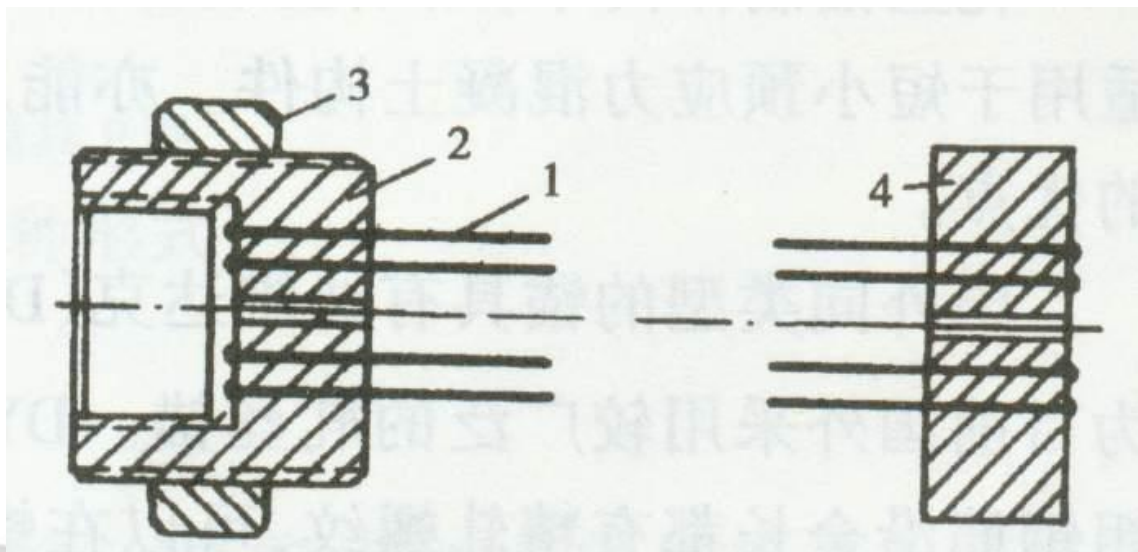
摩擦型锚具



## ➤ 施加预应力的方法

### • 锚具与夹具

墩头锚具



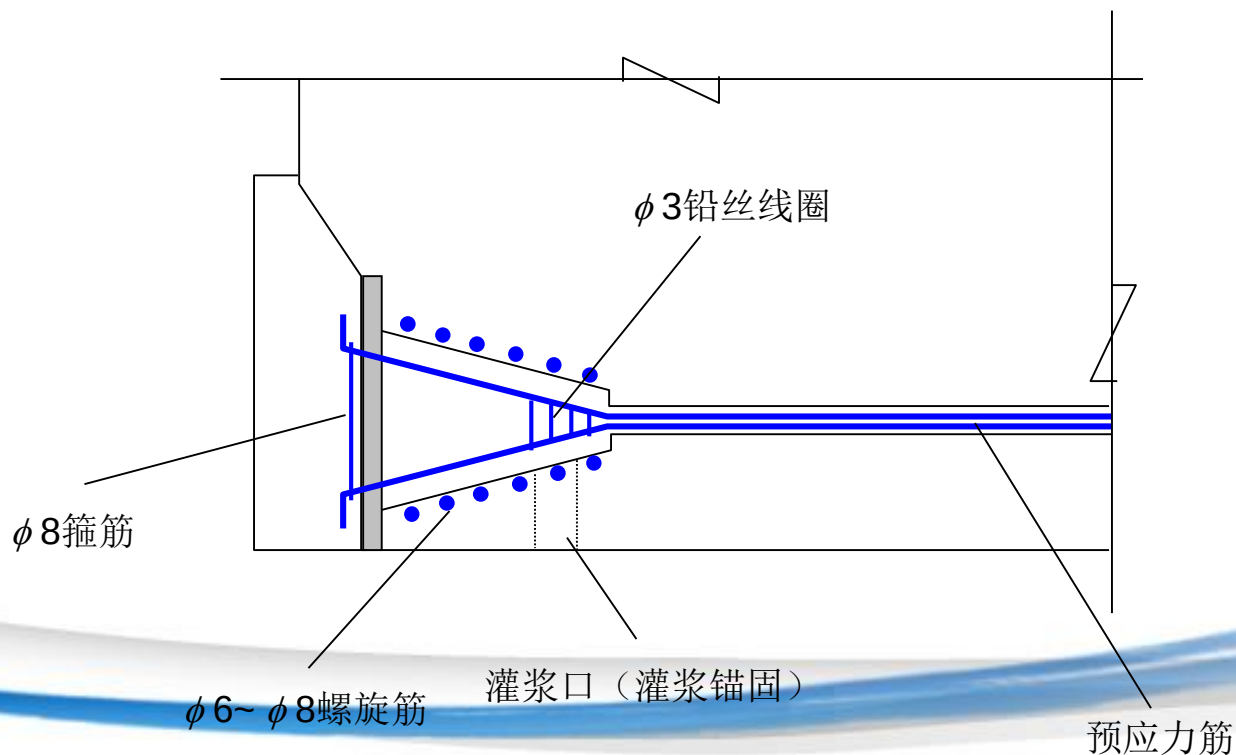




## ➤ 施加预应力的方法

### • 锚具与夹具

粘结型锚具：利用构件端部预留锥形自锚孔的后浇混凝土锚固预应力筋

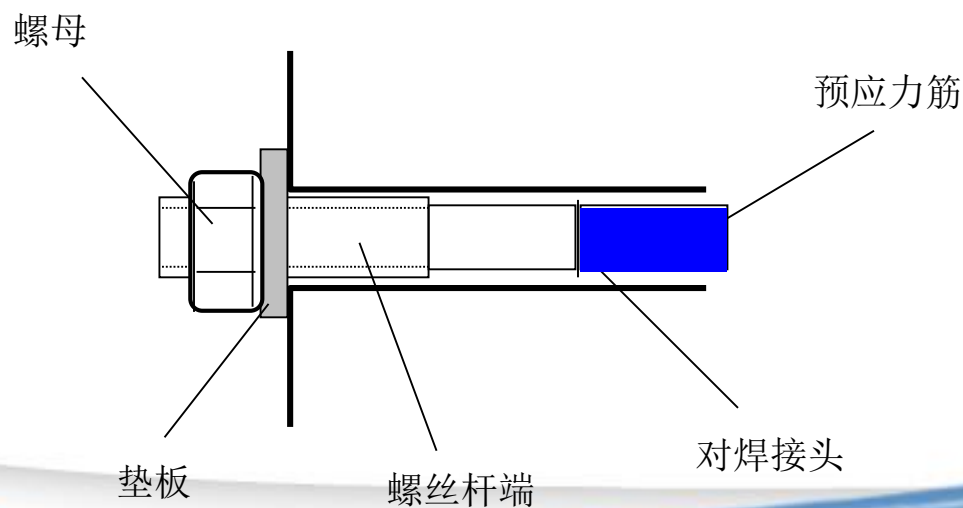




## ➤ 施加预应力的方法

### • 锚具与夹具

承压型锚具：利用螺帽、垫板等的承压作用将预应力筋锚固在端部





## ➤ 预应力混凝土所用材料

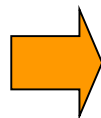
### • 预应力钢筋

要求



强度高；与混凝土间有足够的粘结力；良好的加工性能和一定的塑性

预应力筋



冷拉钢筋、预应力螺纹钢筋、碳素钢丝、刻痕钢丝、钢绞线、冷拔低碳钢丝

注意



处于侵蚀介质中的预应力混凝土构件，不宜采用碳素钢丝、刻痕钢丝、钢绞线等作为预应力筋

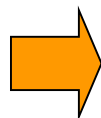
对直接承受动荷载的预应力混凝土构件，不得采用有焊接接头的冷拉钢筋



## ➤ 预应力混凝土所用材料

### • 混凝土

预应力混凝土构件



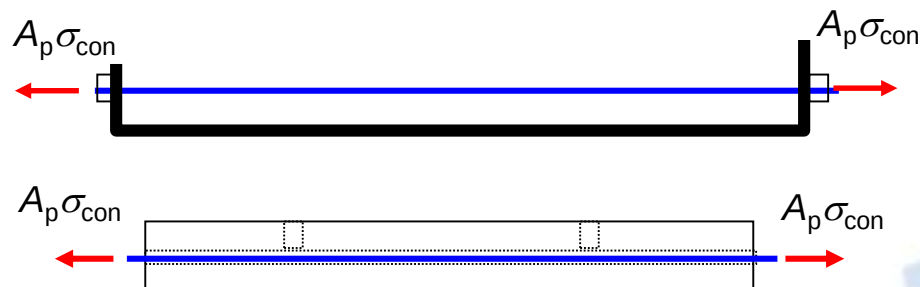
不宜低于C40

不应低于C30



## ➤ 张拉控制应的确定

### • $\sigma_{\text{con}}$ 对结构的影响



$\sigma_{\text{con}}$  越大，混凝土中的  
预压应力越大，但过大会  
产生如下问题



使构件出现脆性破坏

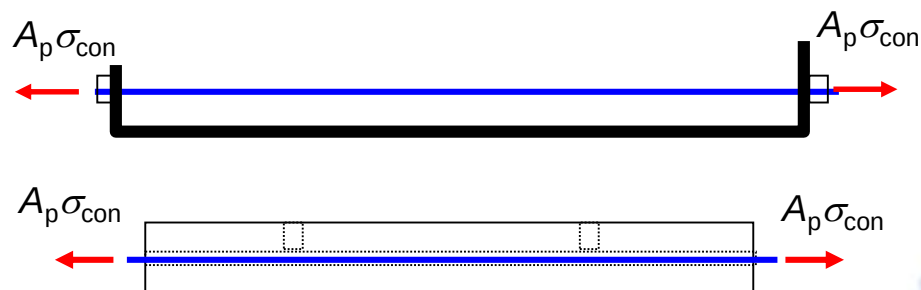
预应力筋过早进入流幅，降  
低其塑性

增加钢筋的松弛损失



## ➤ 张拉控制应的确定

### • $\sigma_{\text{con}}$ 的取值



钢丝、钢绞线



预应力钢丝、钢绞线极限抗拉强度的0.4~0.75

预应力螺纹钢筋



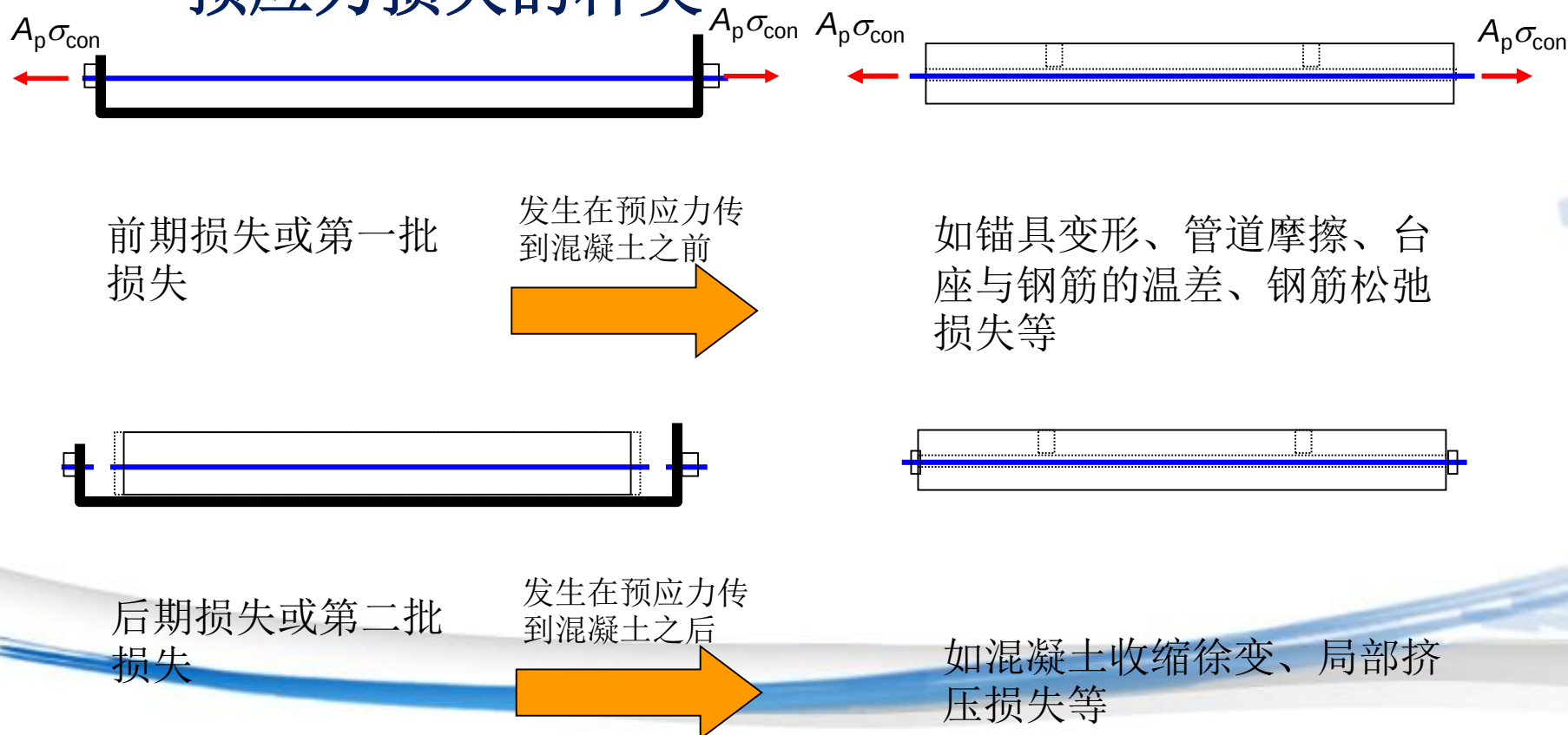
预应力钢筋极限抗拉强度的0.4~预应力钢筋屈服抗拉强度0.85





## ➤ 预应力损伤值

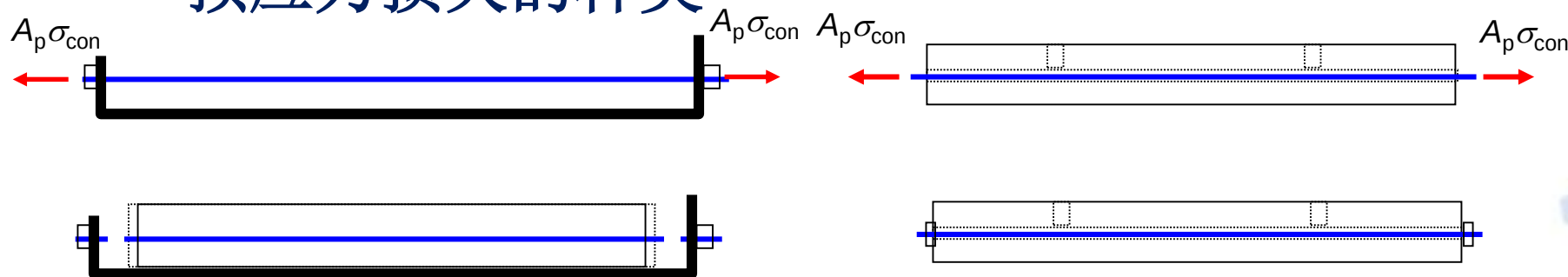
### • 预应力损失的种类





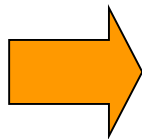
## ➤ 预应力损失值

### • 预应力损失的种类

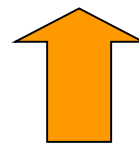


前期损失或第一批损失

后期损失或第二批损失



预应力损失值不宜笼统地估算，应予以分项计算，然后相加确定总的损失值



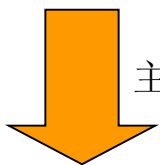
但各项预应力损失值又不是截然无关的。试图求得各项预应力损失的“净值”是很困难的。



## ➤ 预应力损失值

### • 管道摩擦损失 $\sigma_{l2}$

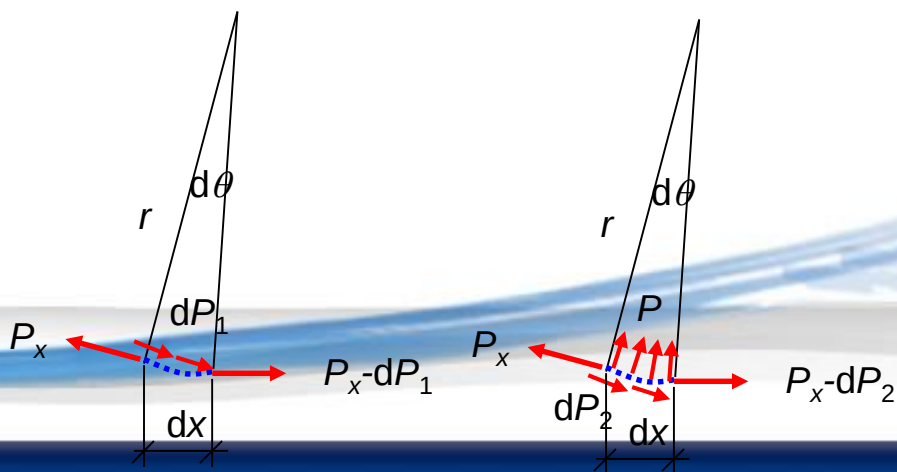
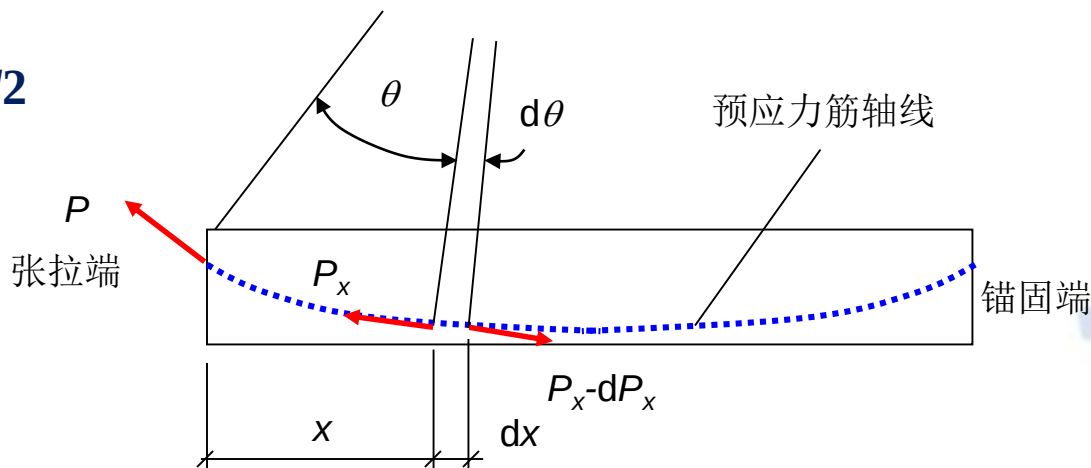
后张法中，张拉钢筋时，  
预应力筋在孔道中滑动，  
就会产生摩擦力



主要由两部分组成

\*孔道偏差等因素引起的

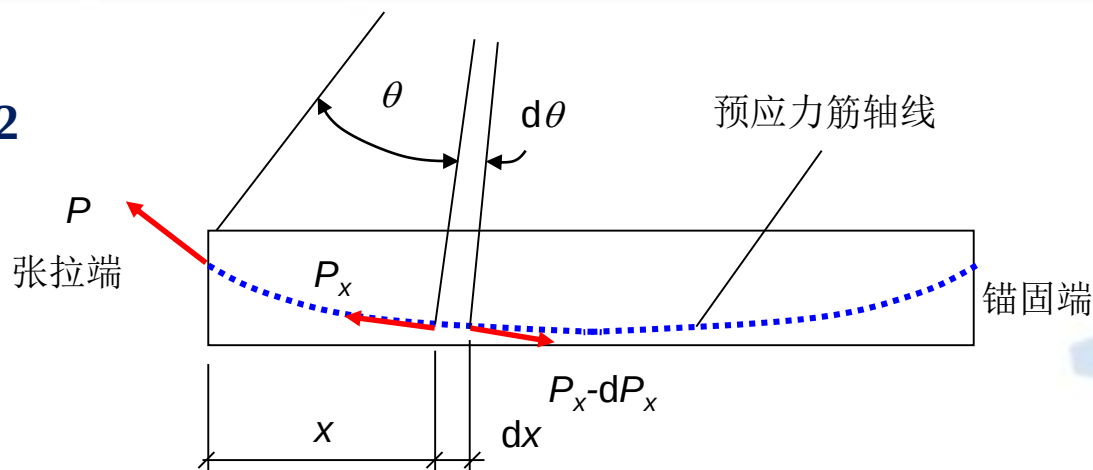
\*曲线型孔道而引起的





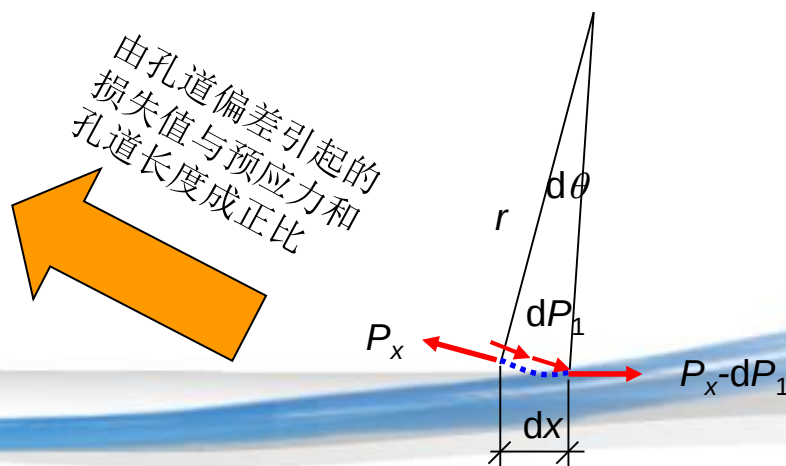
## ➤ 预应力损失值

### • 管道摩擦损失 $\sigma_{l2}$



$$dP_1 = -kP_x r d\theta \approx -kP_x dx$$

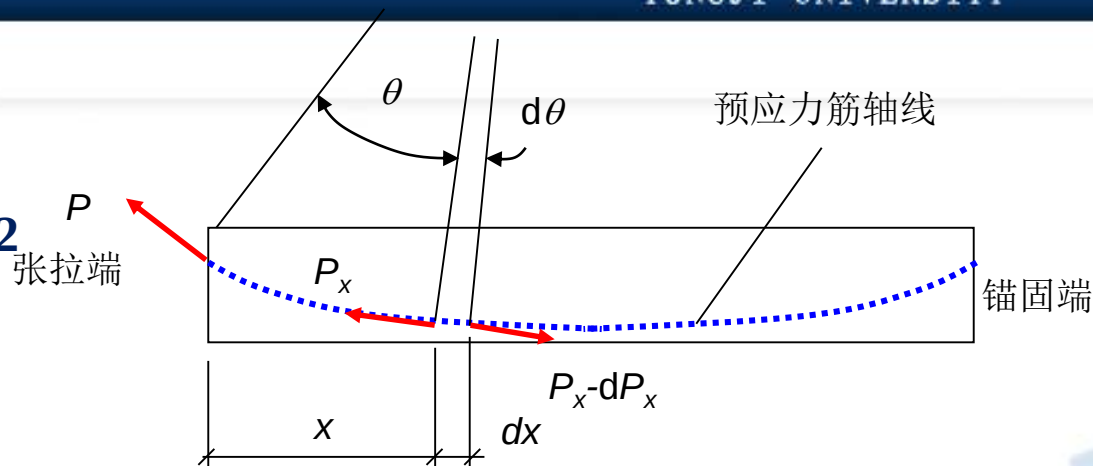
负号表示  $dP_1$  和  $P_x$  方向相反



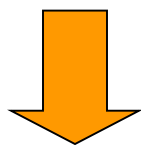


## ➤ 预应力损失值

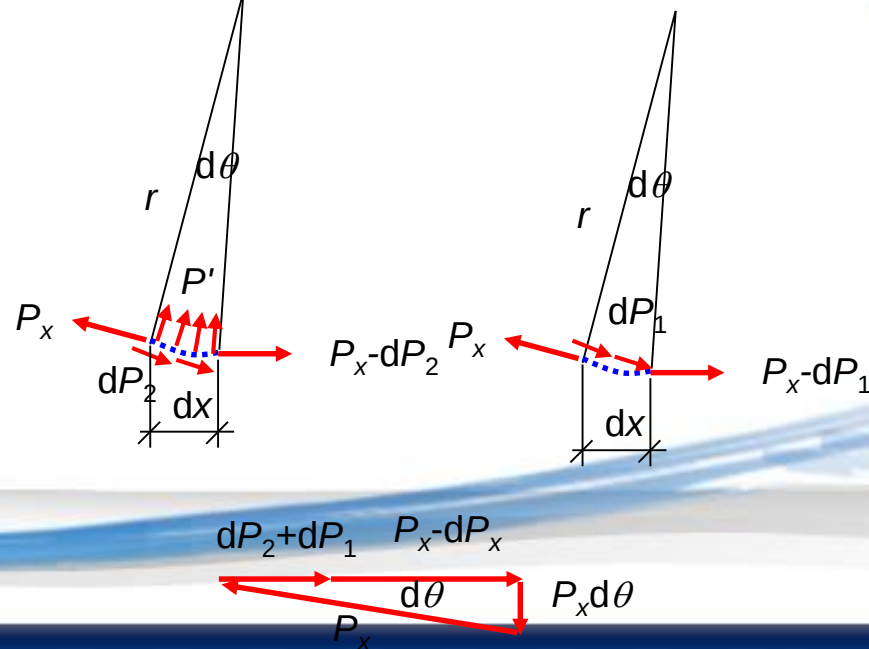
- 管道摩擦损失  $\sigma_{l2}$



$$P' = -P_x d\theta$$



$$dP_2 = \mu P' = -P_x \mu d\theta$$





## ➤ 预应力损失值

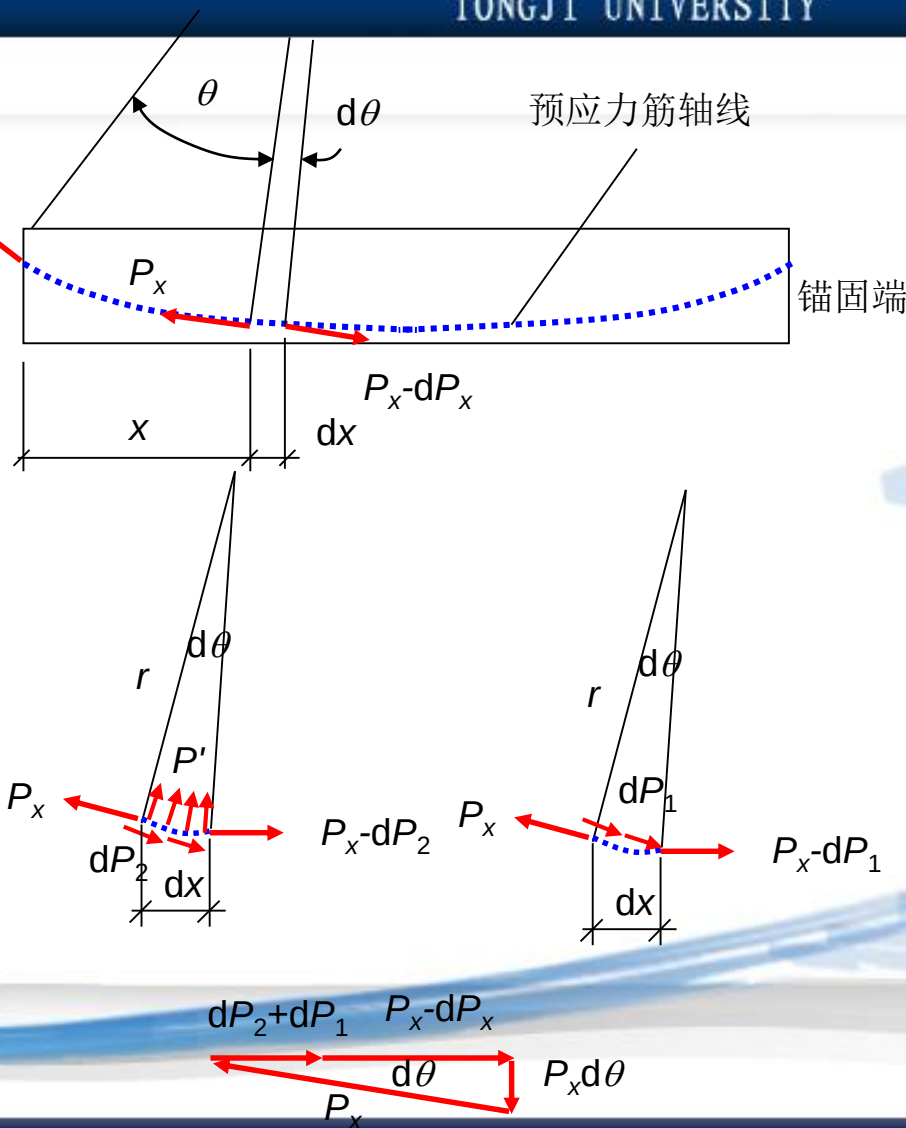
- 管道摩擦损失  $\sigma_{l2}$  张拉端

$$dP_x = dP_1 + dP_2 = -kP_x dx - \mu P_x d\theta$$

$$\int_P^{P_x} \frac{dP_x}{P_x} = -\int_0^x k dx - \int_0^\theta \mu d\theta$$

$$\ln \frac{P_x}{P} = -kx - \mu\theta$$

$$P_x = \frac{P}{e^{(kx + \mu\theta)}}$$







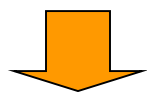
## ➤ 预应力损失值

### • 管道摩擦损失 $\sigma_{l2}$

$$P_x = \frac{P}{e^{(kx + \mu\theta)}}$$



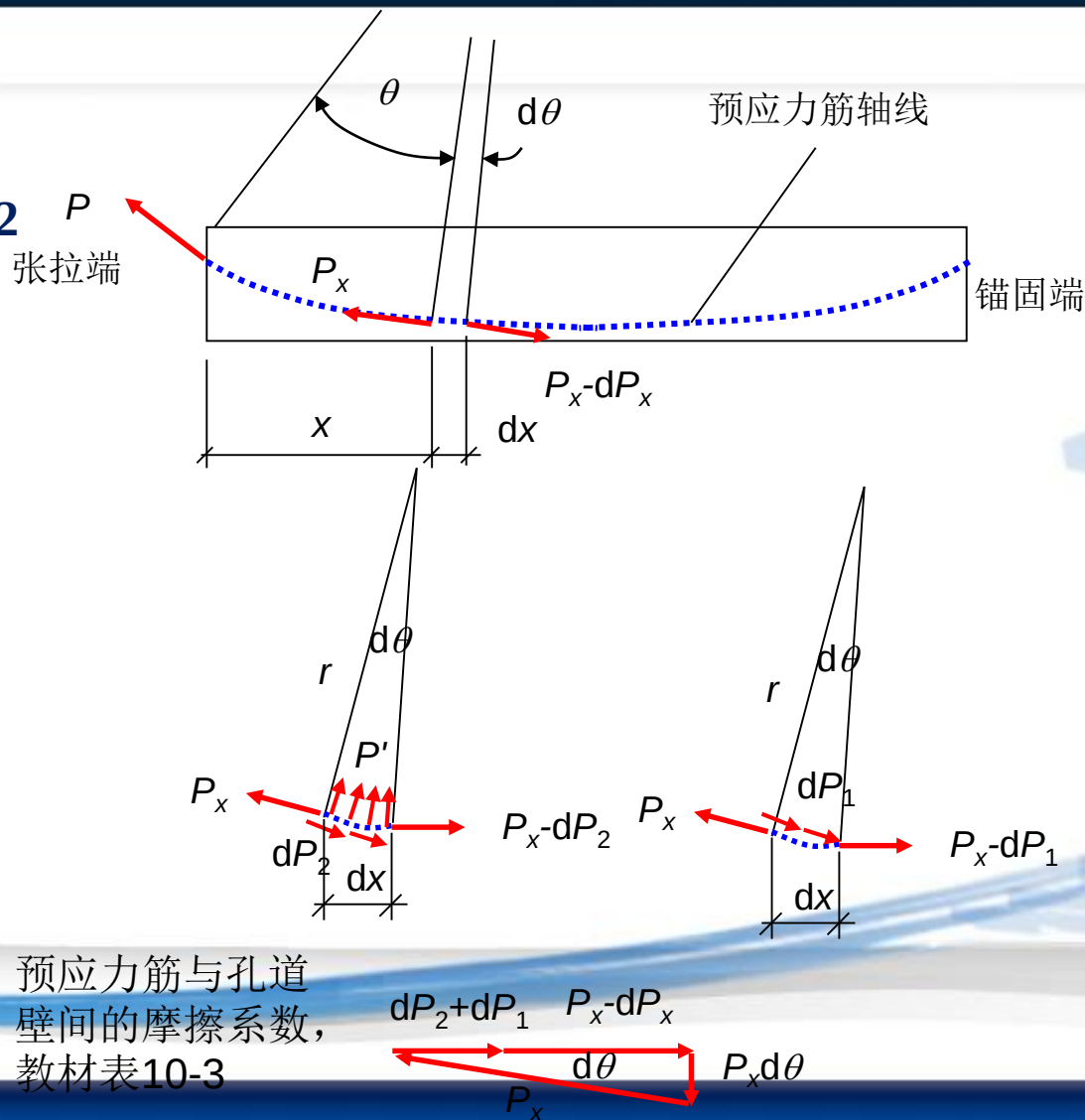
$$P - P_x = P \left( 1 - \frac{1}{e^{(kx + \mu\theta)}} \right)$$



$$\sigma_{l2} = \sigma_{con} \left( 1 - \frac{1}{e^{(kx + \mu\theta)}} \right)$$

考虑孔道每米长度  
局部偏差的摩擦系  
数，教材表10-3

预应力筋与孔道  
壁间的摩擦系数，  
教材表10-3

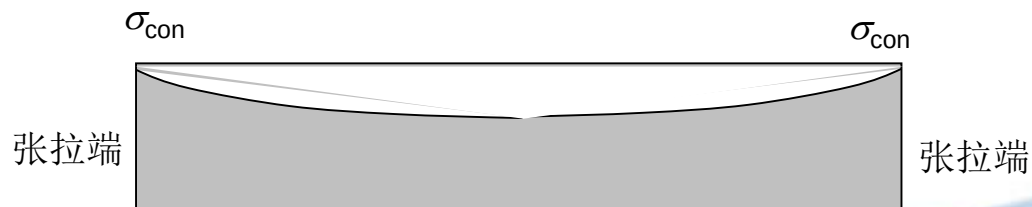
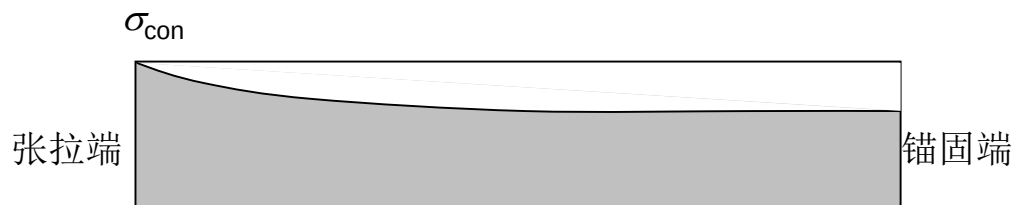




## ➤ 预应力损失值

- 管道摩擦损失  $\sigma_{l2}$

采用两端张拉可以减少  $\sigma_{l2}$

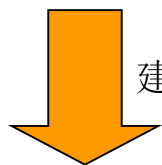




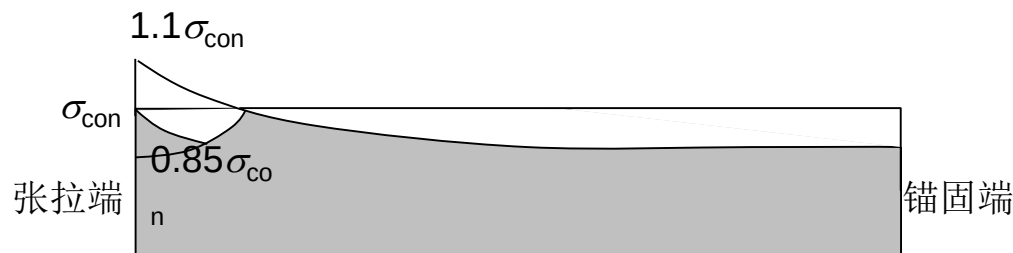
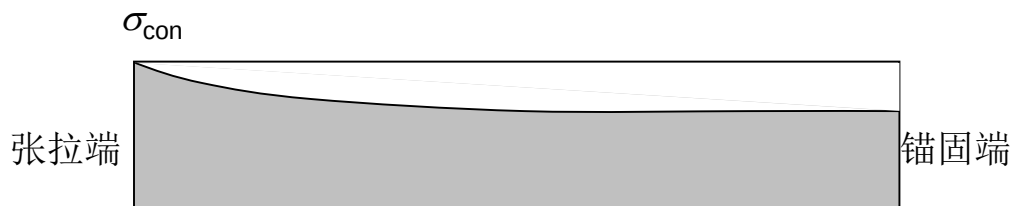
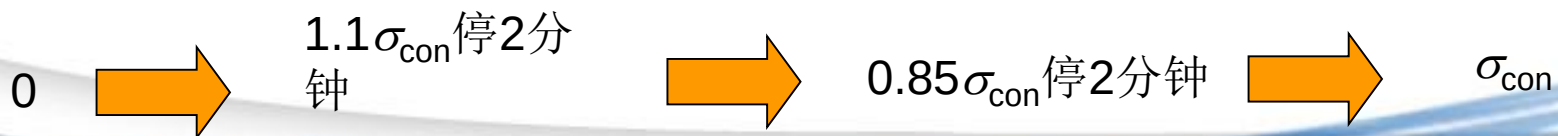
## ➤ 预应力损失值

### • 管道摩擦损失 $\sigma_{l2}$

采用超张拉可以减少  $\sigma_{l2}$



建议的张拉程序为

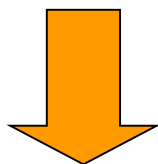
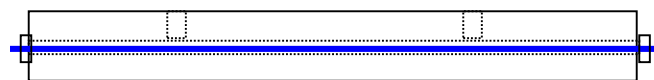




## ➤ 预应力损失

### • 锚具变形与预应力筋回缩损失 $\sigma_{l1}$

由于锚具、垫块本身的变形，其间裂缝的压紧及钢筋在锚具中的滑移引起的损失



$$\sigma_{l1} = \frac{a}{l} E_p$$

张拉端锚具的变形  
和钢筋的内缩值，  
见教材表10-2

预应力筋的弹性  
模量

张拉端至锚固端  
之间的距离



## ➤ 预应力损失

### • 锚具变形与预应力筋回缩损失 $\sigma_{l1}$

应注意的几个问题



\*由块体拼装的结构，尚应考虑填缝间的预压变形。当采用混凝土或砂浆为填缝材料时，每条缝的预压变形值为1mm

$$\sigma_{l1} = \frac{a}{l} E_p$$

\*先张法构件，当台座长度超过100m时，可忽略  $\sigma_{l1}$

\*后张法构件， $\sigma_{l1}$ 只考虑张拉端，因锚固端锚具在张拉过程中已被压紧

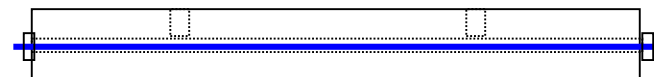


## ➤ 预应力损失

### • 锚具变形与预应力筋回缩损失 $\sigma_{l1}$

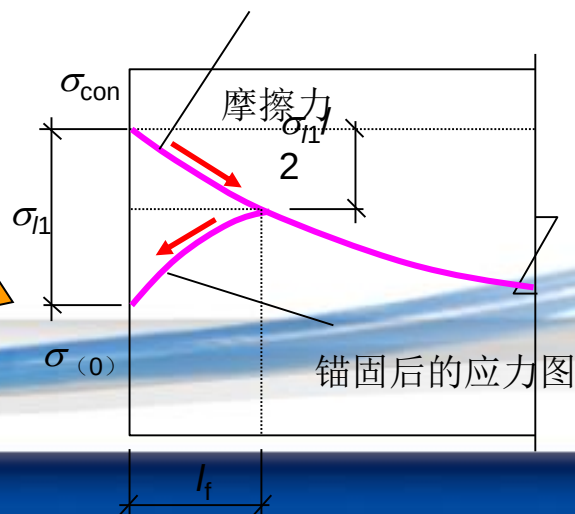
应注意的几个问题

\*此式不适用于曲线配筋  
的后张法构件



$$\sigma_{l1} = \frac{a}{l} E_p$$

锚固前的应力图







## ➤ 预应力损失

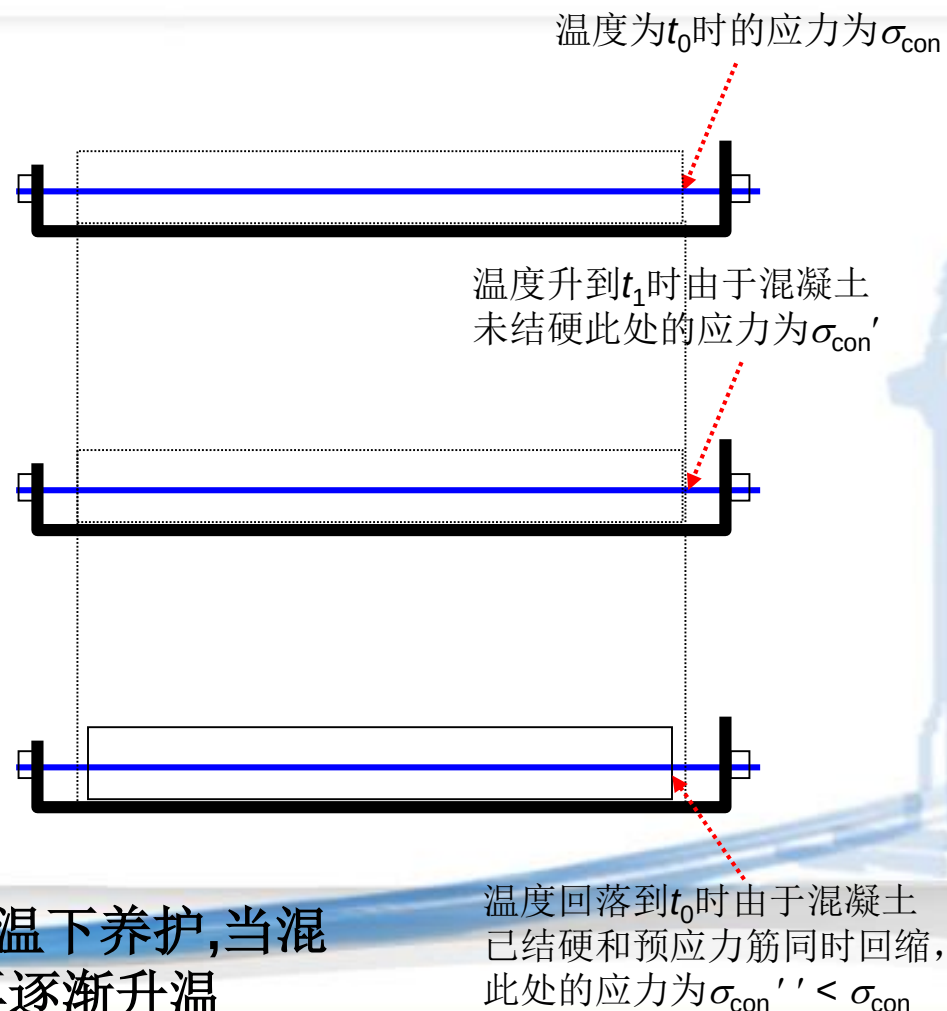
### • 温差应力损失 $\sigma_{l3}$

混凝土蒸汽养护时,预应力筋与台座之间温差引起的损失

→ 预应力筋的线膨胀系数

$$\begin{aligned}\sigma_{l3} &= 0.00001 \Delta t E_p = \\ &= 0.00001 \times \Delta t \times 2 \times 10^5 \\ &= 2 \Delta t (\text{N/mm}^2)\end{aligned}$$

\*采用二次升温法可减少  $\sigma_{l3}$ : 先在常温下养护, 当混凝土的强度达到  $7.5 \sim 10 \text{ N/mm}^2$  时再逐渐升温





## ➤ 预应力损失

### • 应力松弛损失 $\sigma_{l4}$

预应力筋在高应力作用下，长度不变而应力随时间逐渐降低的现象称为应力松弛



预应力筋张拉后1小时内约完成总松弛的50%，24小时内完成总松弛的80%，以后逐渐收敛

$$\sigma_{l4} = a \psi \left( \frac{\sigma_{\text{con}}}{f_{\text{pt}}} - b \right) \sigma_{\text{con}}$$

采用超张拉时为0.9，不采用时为1.0

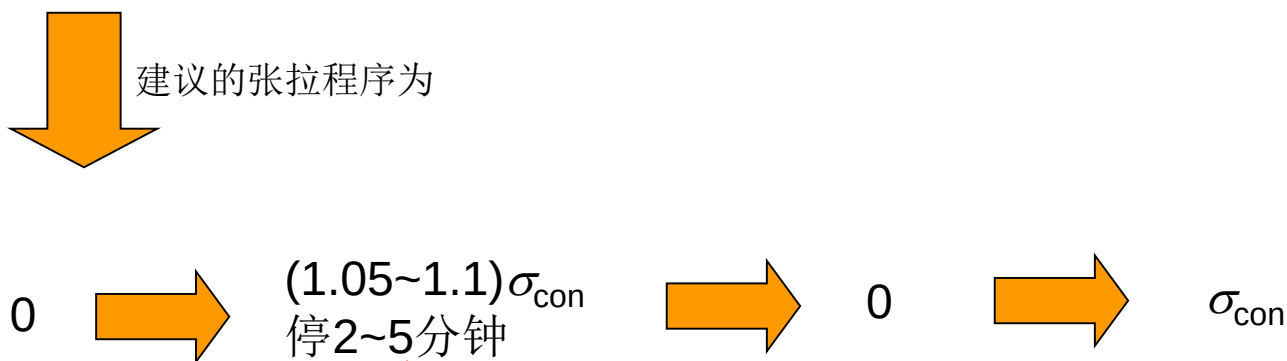
常数参见规范的相关内容



## ➤ 预应力损失

### • 应力松弛损失 $\sigma_{l4}$

采用超张拉可以减少  $\sigma_{l4}$



在高应力下，本需1小时才能完成的损失，在2~5分钟内就完成了大部分



## ➤ 预应力损失

### • 混凝土收缩徐变损失 $\sigma_{l5}$

收缩和徐变两者相互有关，很难精确计算，为了简化两项损失可合并考虑

$$\sigma_{l5} = \frac{A + B \frac{\sigma_{pc}}{f_{cu}}}{C + D\rho}$$

受拉区或受压区预应力筋在各自合力作用点处混凝土的法向压应力

高湿环境中可降低50%  
干燥环境中应增加20~30%

受拉区或受压区各自预应力筋和非预应力钢筋的配筋率

系数A、B、C、D参见教材中的相关规定



## ➤ 预应力损失

### • 钢筋挤压混凝土损失 $\sigma_{l6}$

采用螺旋式预应力筋作为配筋的环形构件，由于预应力筋对混凝土的局部挤压所引起的损失



当  $d \leq 3\text{m}$  时

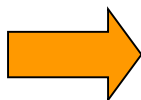
$$\sigma_{l6} = 30\text{Mpa}$$



## ➤ 预应力损失组合

| 预应力损失的组合             | 先张法构件                                                   | 后张法构件                                     |
|----------------------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 第一批损失 $\sigma_{II}$  | $\sigma_{l1} + \sigma_{l2} + \sigma_{l3} + \sigma_{l4}$ | $\sigma_{l1} + \sigma_{l2}$               |
| 第二批损失 $\sigma_{III}$ | $\sigma_{l5}$                                           | $\sigma_{l4} + \sigma_{l5} + \sigma_{l6}$ |

预应力总损失的下  
限值



先张法构件:  $\sigma_l \geq 100\text{N/mm}^2$

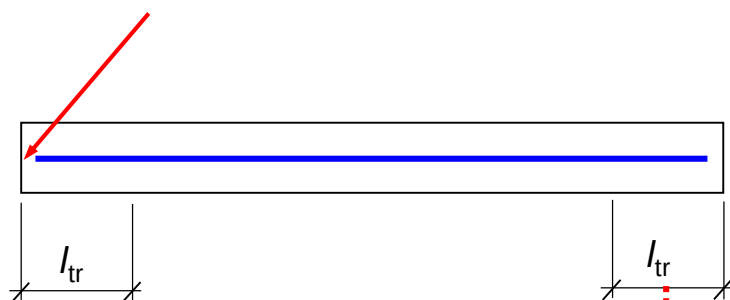
后张法构件:  $\sigma_l \geq 80\text{N/mm}^2$



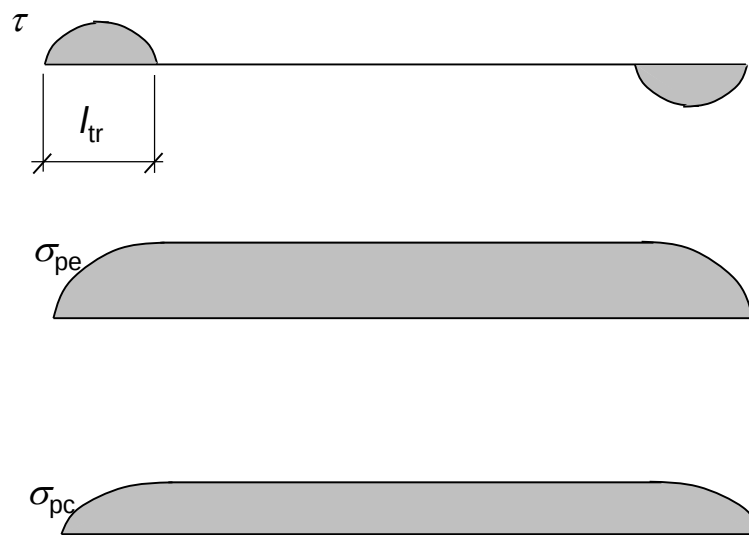
## ➤ 预应力锚固区受力性能

### • 先张法预应力筋预应力传递长度

当采用骤然放松预应力钢筋的施工工艺时，起点应从距构件末端  $0.25l_{tr}$  处开始计算



$$l_{tr} = \alpha_v \frac{\sigma_{pe}}{f_t} d$$

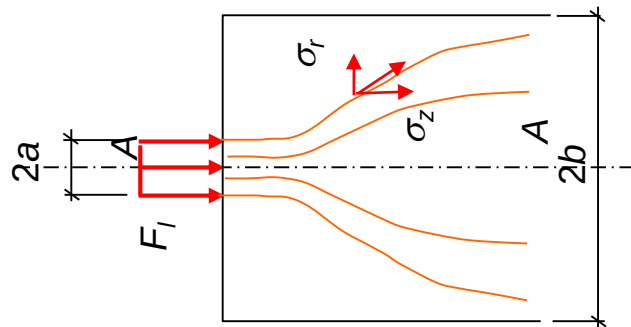






## ➤ 预应力锚固区受力性能

- 后张法局部受压性能

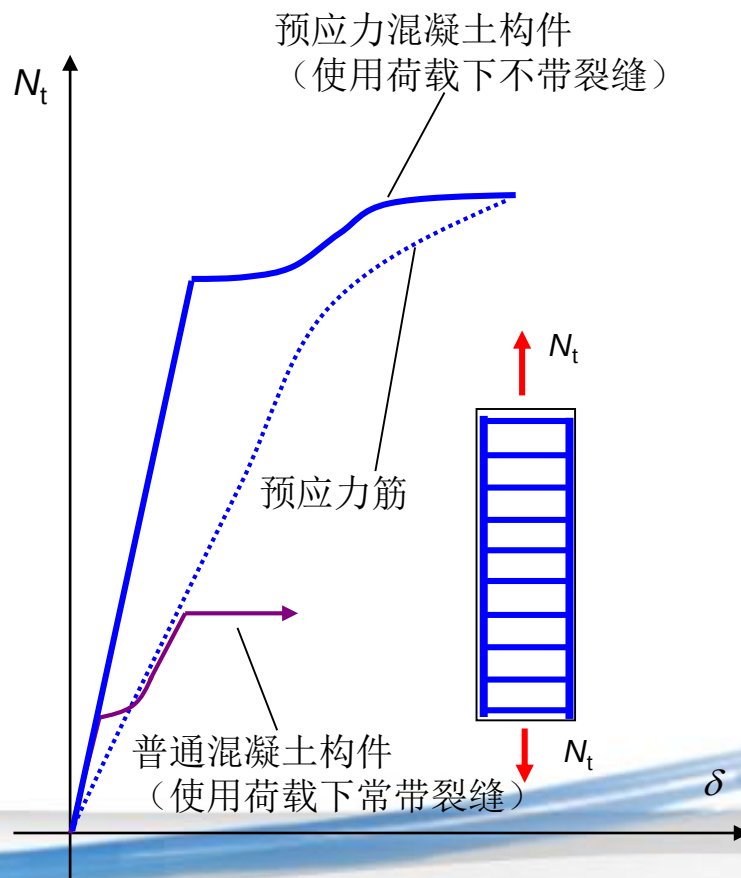




## ➤ 轴心受拉构件的分析

开裂前，荷载-位移关系为线性的，预应力钢筋的应力增长较少

开裂后，预应力钢筋的应力急增，进入非线性阶段





## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 先张法构件各阶段的受力分析

施工阶段——张拉预应力筋

预应力筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{con}$



混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



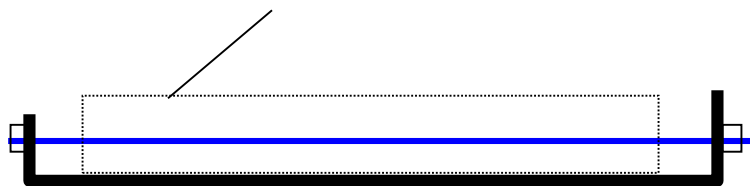
## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 先张法构件各阶段的受力分析

施工阶段——完成第一批预应力损失

$$\text{预应力筋应力: } \sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{II}$$

浇筑混凝土但不受力



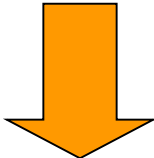
$$\text{混凝土应力: } \sigma_c = 0$$



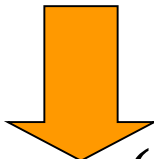
## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 先张法构件各阶段的受力分析

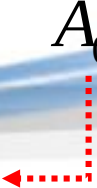
施工阶段——放松预应力筋

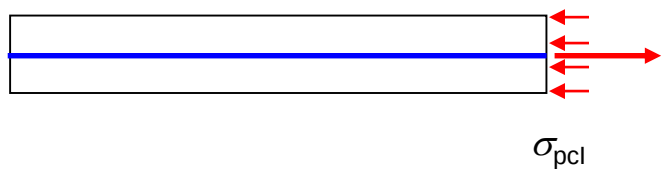
$$\alpha_{Ep} = \frac{E_p}{E_c}$$


预应力筋应力:  $\sigma_{peI} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcI}$

$$\sigma_{pcI}(A - A_p) = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcI}) A_p$$


混凝土应力:  $\sigma_{cpI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_0}$

$$A_0 = A + (\alpha_{Ep} - 1) A_p$$




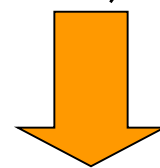


## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 先张法构件各阶段的受力分析

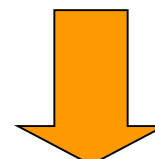
施工阶段——完成第二批损失

$$\alpha_{Ep} = \frac{E_p}{E_c}$$

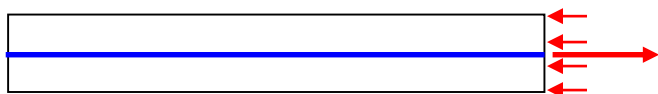


预应力筋应力:  $\sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$

$$\sigma_{pcII}(A - A_p) = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}) A_p$$



混凝土应力:  $\sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p}{A_0}$



$\sigma_{pcII}$

混凝土中的有效预压应力

$A_0$

$$A_0 = A + (\alpha_{Ep} - 1) A_p$$

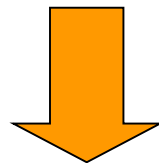


## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 先张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载至混凝土中的应力为0

$$\sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$$

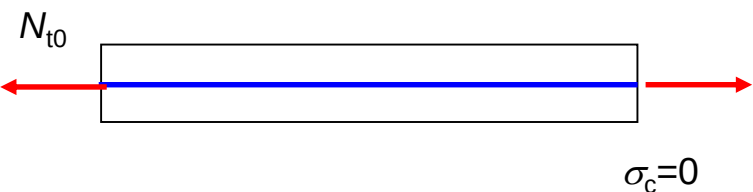


预应力筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{II} - \sigma_{III}$

混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



$$N_{t0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p$$





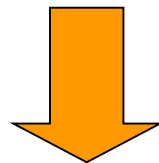


## ➤ 轴心受拉构件的分析

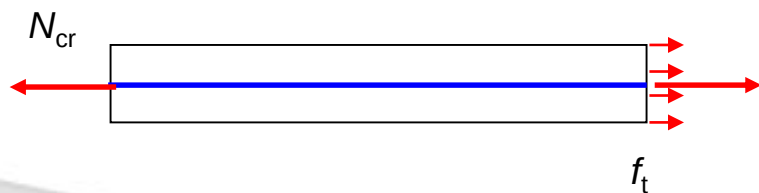
### • 先张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载至混凝土开裂

$$\sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}}$$



预应力筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}} + \alpha_{\text{Ep}} f_t$



混凝土应力:  $\sigma_c = f_t$



$$N_{\text{cr}} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}} + \alpha_{\text{Ep}} f_t) A_p + f_t (A - A_p)$$

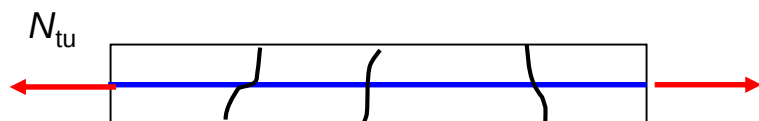


## ➤ 轴心受拉构件的分析

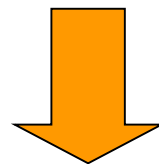
### • 先张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载到破坏

预应力筋应力:  $\sigma_p = f_{py}$



混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



$$N_{tu} = f_{py} A_p$$



## ➤ 轴心受拉构件的分析

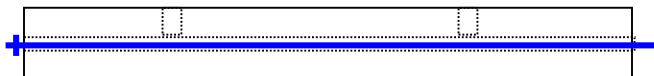
### • 后张法构件各阶段的受力分析

施工阶段——穿预应力筋

预应力筋:  $\sigma_p = \sigma_{con}$       混凝土:  $\sigma_c = 0$



预应力筋应力:  $\sigma_p = 0$



混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



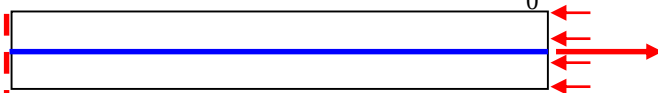
## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 后张法构件各阶段的受力分析

施工阶段——张拉钢筋完成第一批预应力损失

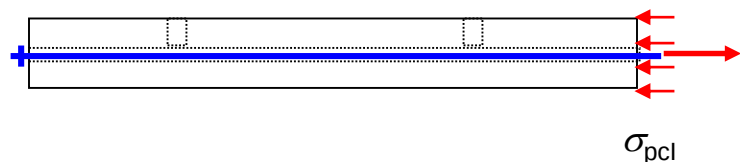
钢筋应力:  $\sigma_{peI} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcI}$

混凝土应力:  $\sigma_{cpI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_0}$



钢筋应力:  $\sigma_{peI} = \sigma_{con} - \sigma_{II}$

混凝土应力:  $\sigma_{pcI} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II}) A_p}{A_n}$



净面积:  $A_n = A - \text{孔洞截面积}$



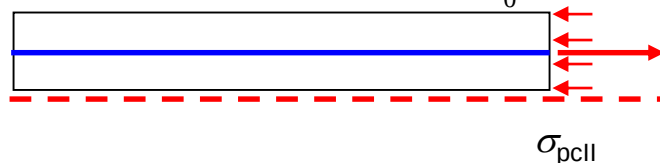
## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 后张法构件各阶段的受力分析

施工阶段——完成第二批损失

$$\text{预应力筋: } \sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$$

$$\text{混凝土应力: } \sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p}{A_0}$$



$$\text{预应力筋应力: } \sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}$$



$$\text{混凝土应力: } \sigma_{pcII} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III}) A_p}{A - A_p}$$

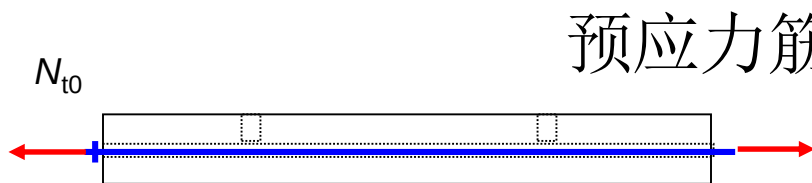
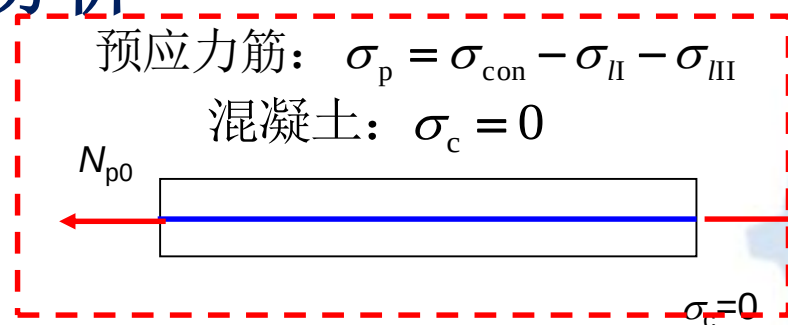
混凝土中的有效预压应力



## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 后张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载至混凝土中的应力为0



预应力筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$

混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



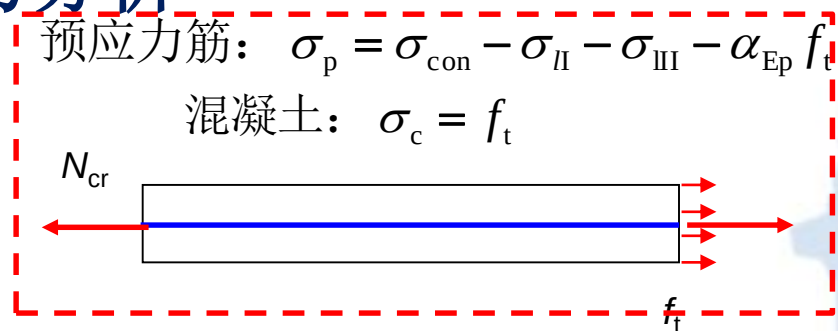
$$N_{t0} = (\sigma_{con} - \sigma_{II} - \sigma_{III} + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}) A_p$$



## ➤ 轴心受拉构件的分析

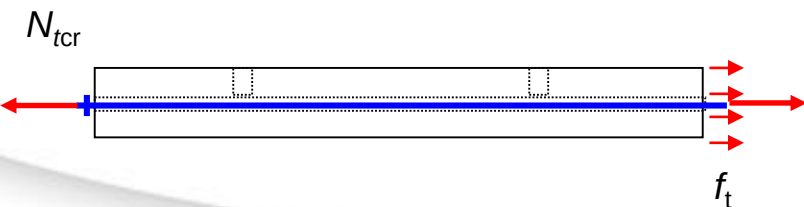
### • 后张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载至混凝土开裂



预应力筋应力:  $\sigma_p = \sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}} + \alpha_{\text{Ep}} \sigma_{\text{pcII}} + \alpha_{\text{Ep}} f_t$

混凝土应力:  $\sigma_c = f_t$



$$N_{\text{tcr}} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}} + \alpha_{\text{Ep}} \sigma_{\text{pcII}} + \alpha_{\text{Ep}} f_t) A_p + f_t (A - A_p)$$

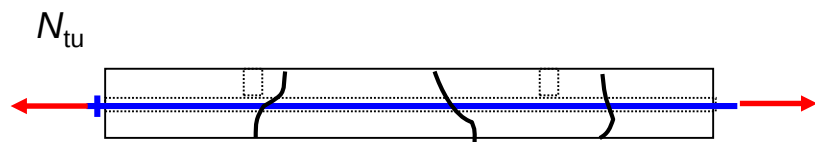
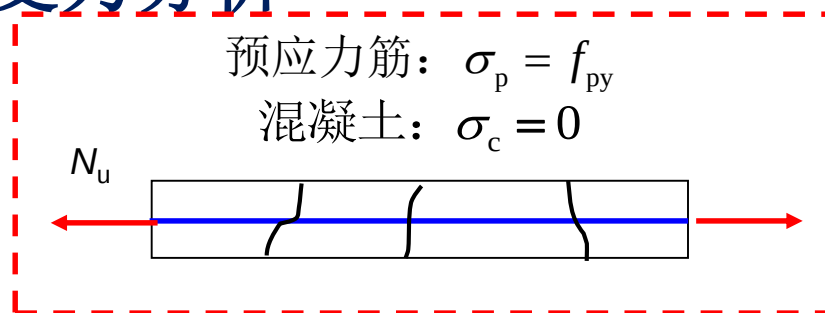




## ➤ 轴心受拉构件的分析

### • 后张法构件各阶段的受力分析

加载阶段——加载到破坏



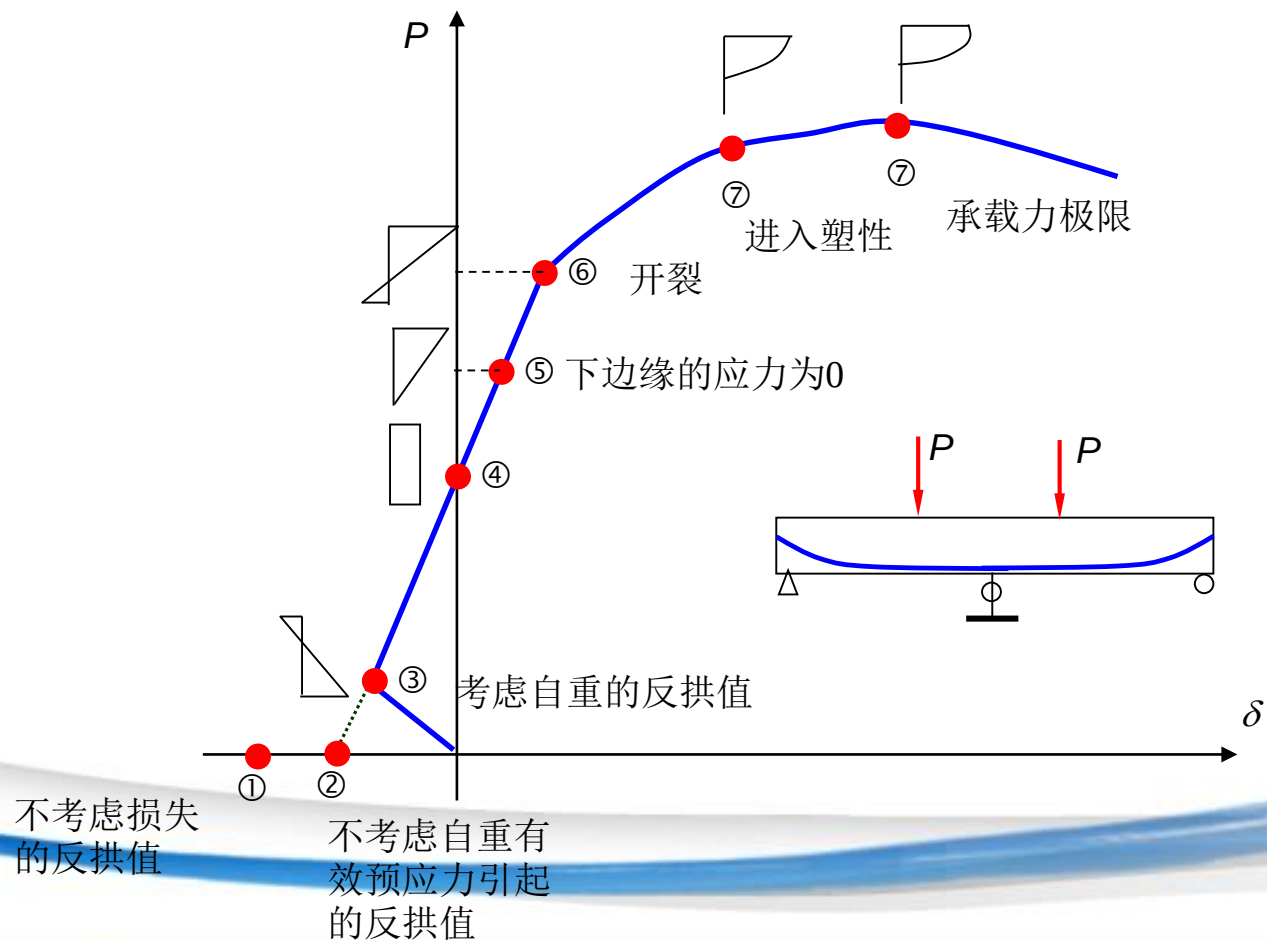
预应力筋应力:  $\sigma_p = f_{py}$   
混凝土应力:  $\sigma_c = 0$



$$N_{tu} = f_{py} A_p$$

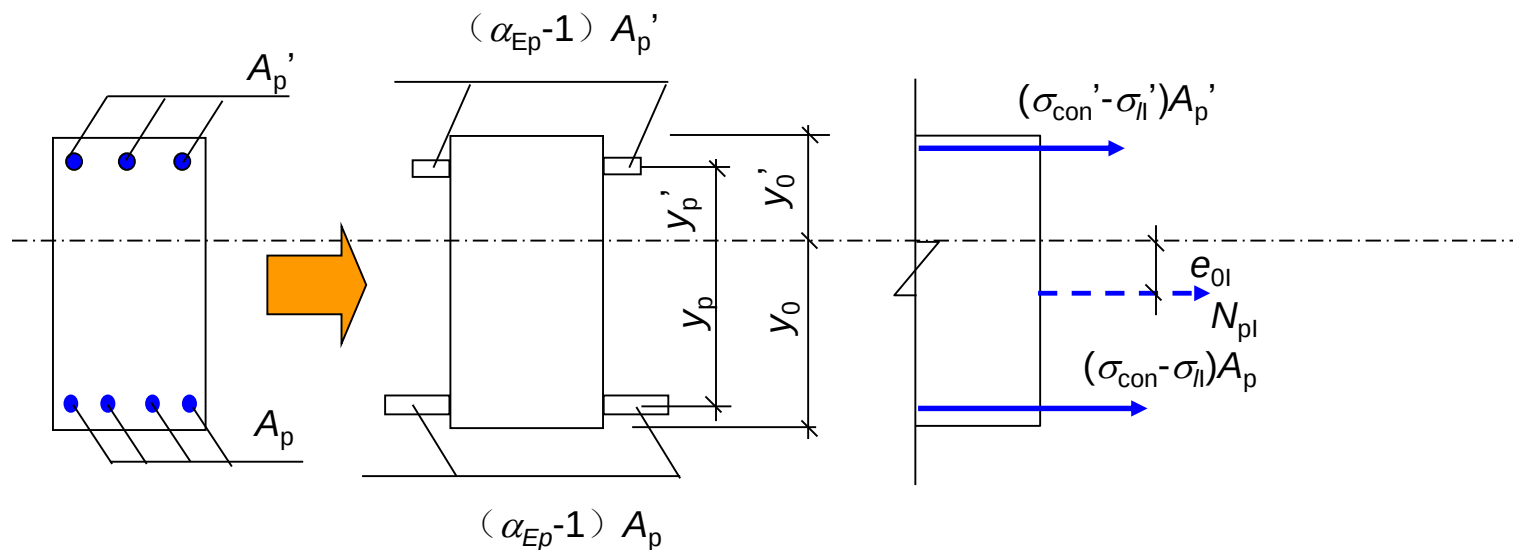


## ► 受弯构件的分析



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

放松预应力筋出现第一批损失时



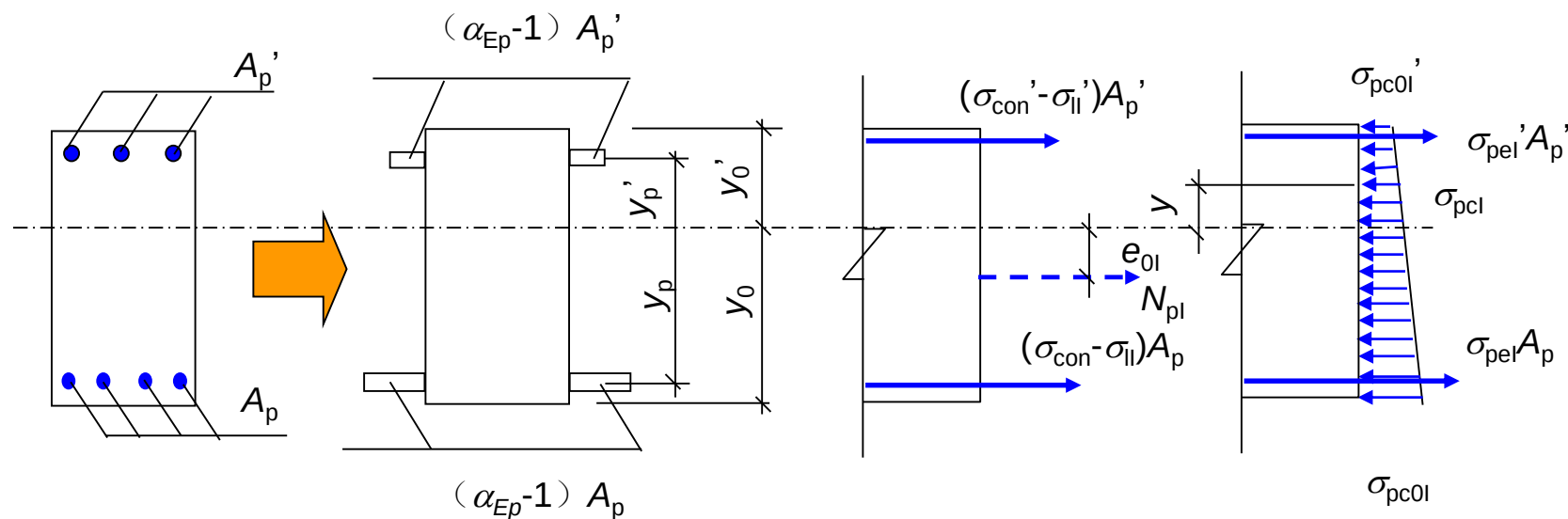
预应力筋的合力  $N_{pI} = (\sigma_{con} - \sigma_{II})A_p + (\sigma_{con}' - \sigma_{II}')A_p'$

合力的位置 
$$e_{0I} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II})A_p y_p - (\sigma_{con}' - \sigma_{II}')A_p' y_p'}{N_{pI}}$$



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

放松预应力筋出现第一批损失时



任一点处混凝土的应力

$$\sigma_{pcI} = \frac{N_{pI}}{A_0} \pm \frac{N_{pI} e_{0I} y}{I_0}$$

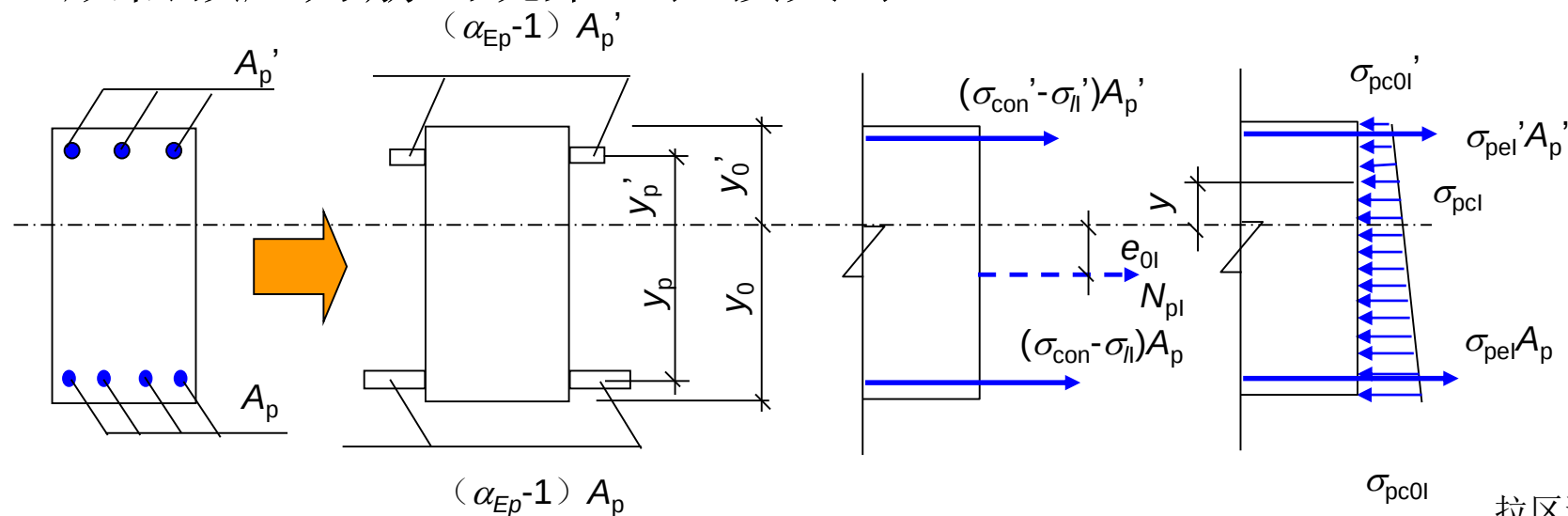
折算截面积

折算惯性矩



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

放松预应力筋出现第一批损失时



预应力筋的  
应力

$$\sigma_{peI}' = \sigma_{con}' - \sigma_{II}' - \alpha_{Ep} \sigma_{pcI}'$$

$$\sigma_{peI} = \sigma_{con} - \sigma_{II} - \alpha_{Ep} \sigma_{pcI}$$

拉区预应力  
钢筋合力点  
处混凝土的  
法向应力

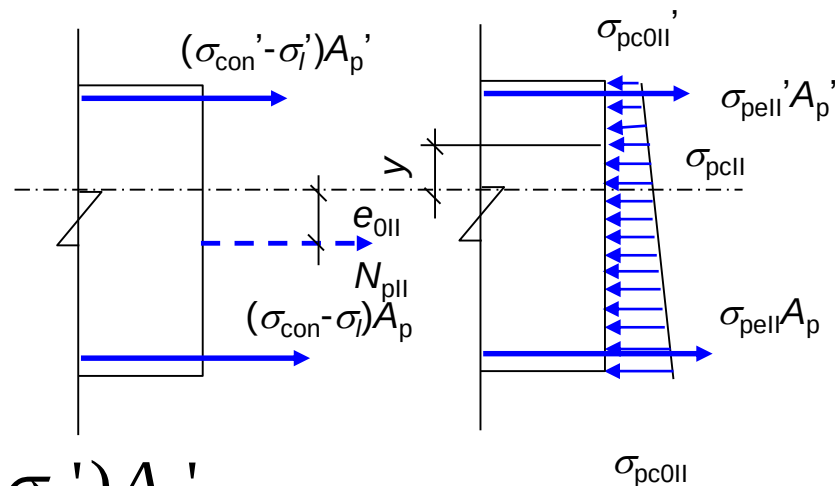
压区预应力钢筋合力点处混凝土的法向应力



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

出现第二批损失时

预应力筋的合力



$$N_{pII} = (\sigma_{con} - \sigma_l)A_p + (\sigma'_{con} - \sigma'_l)A_{p'}$$

合力的位置

$$e_{0II} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l)A_p y_p - (\sigma'_{con} - \sigma'_l)A_{p'} y'_p}{N_{pII}}$$

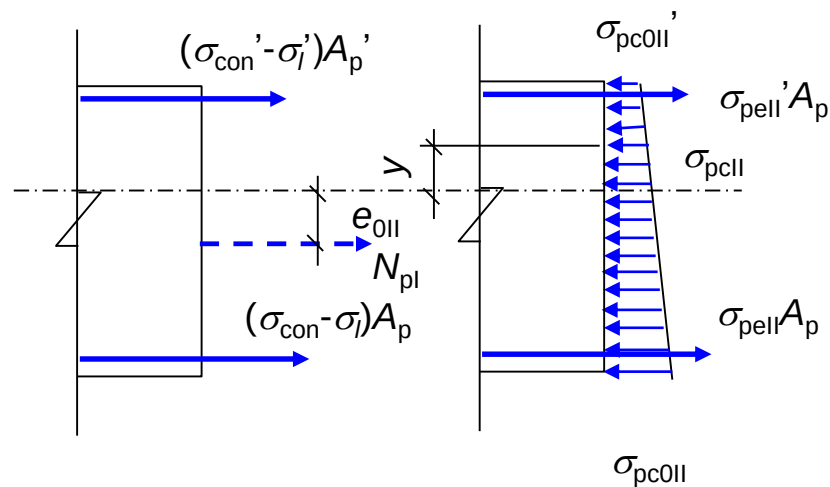


## ➤ 各阶段应力分析——先张法

出现第二批损失时

任一点处混凝土的应力

$$\sigma_{pcII} = \frac{N_{pII}}{A_0} \pm \frac{N_{pII} e_{0II} y}{I_0}$$



预应力筋的  
应力

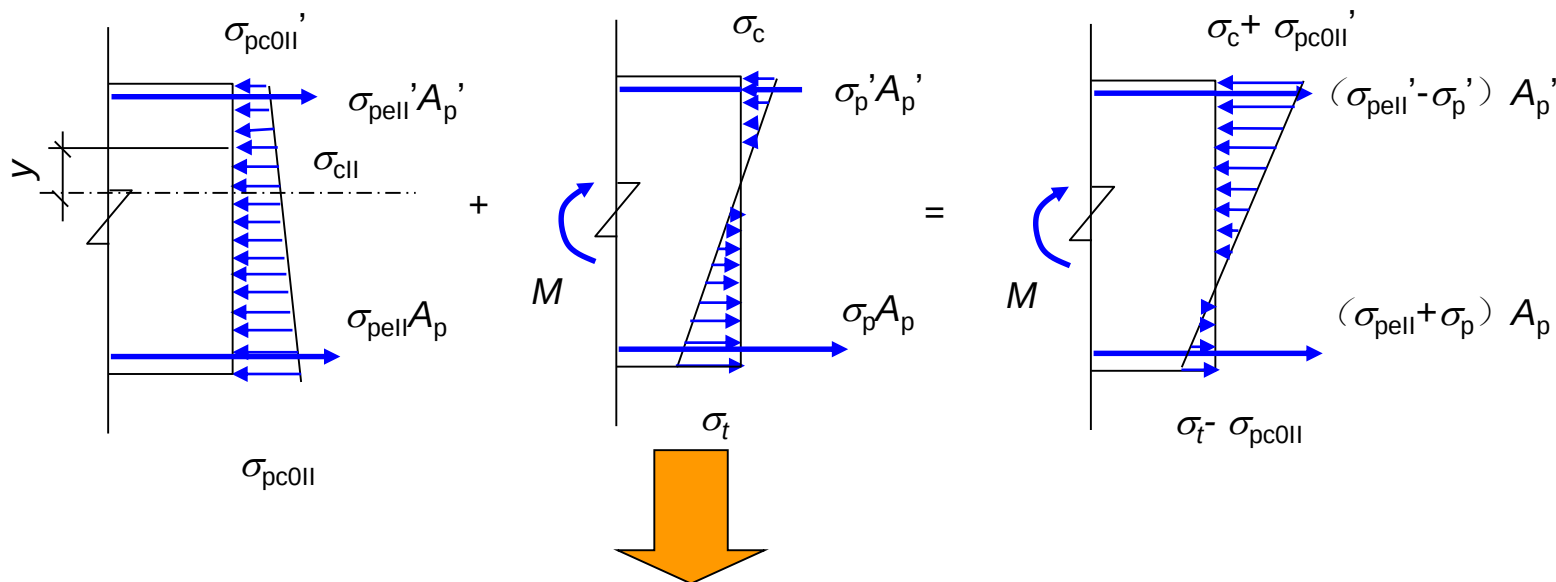
$$\sigma_{peII}' = \sigma_{con}' - \sigma_l' - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}'$$

$$\sigma_{peII} = \sigma_{con} - \sigma_l - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$$





## ➤ 各阶段应力分析——先张法 开裂前



荷载引起  
混凝土截  
面的应力

$$\sigma_{cM} = \frac{My}{I_0}$$

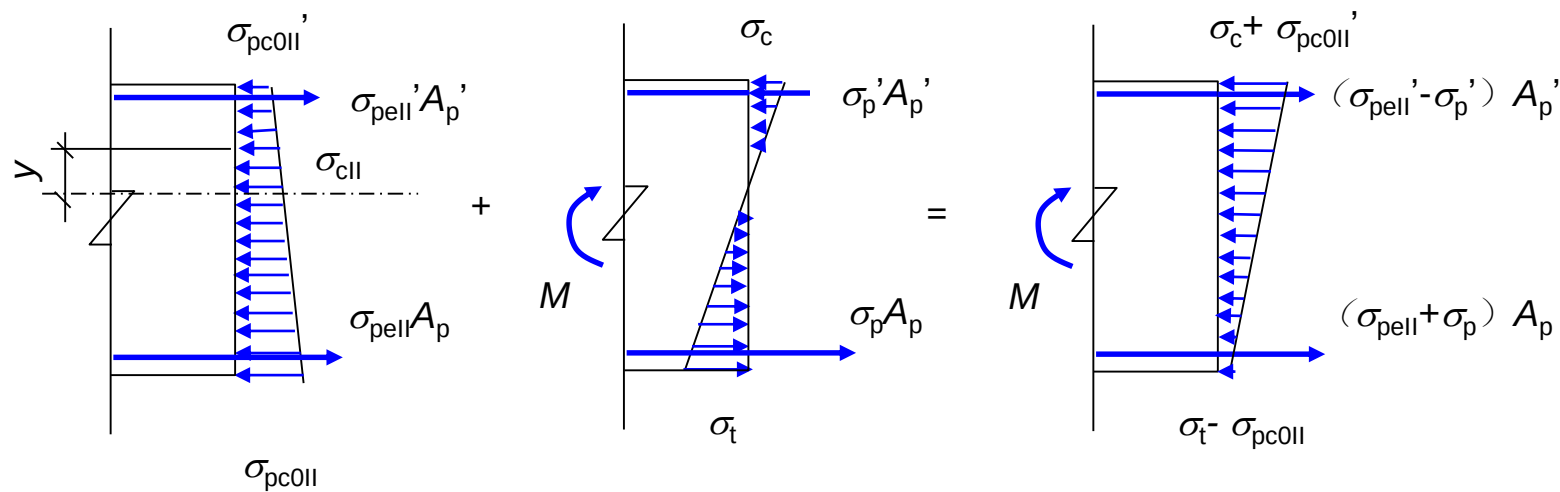
荷载引起  
预应力筋  
的应力

$$\sigma_p' = \alpha_{Ep} \frac{My_p'}{I_0} \quad \sigma_p = \alpha_{Ep} \frac{My_p}{I_0}$$



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

开裂前



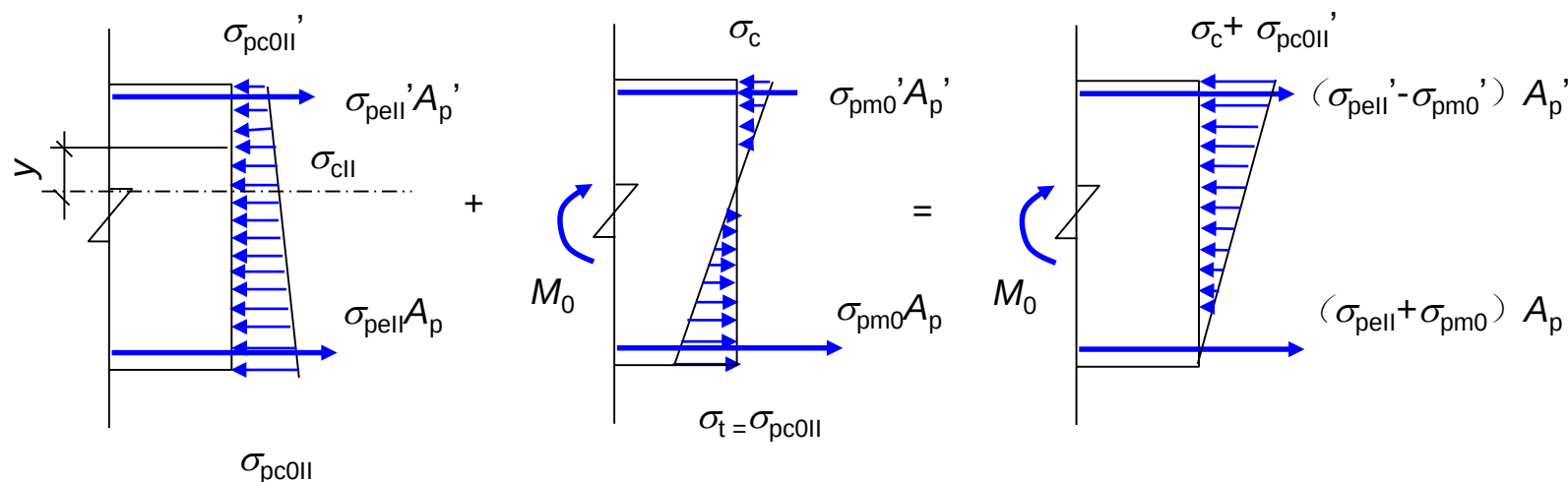
$$\sigma_t - \sigma_{pc0II} < 0$$

全截面受压



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

开裂前——受拉边缘混凝土的预压应力为0



$$M_0 = \sigma_{pc0II} W_0$$

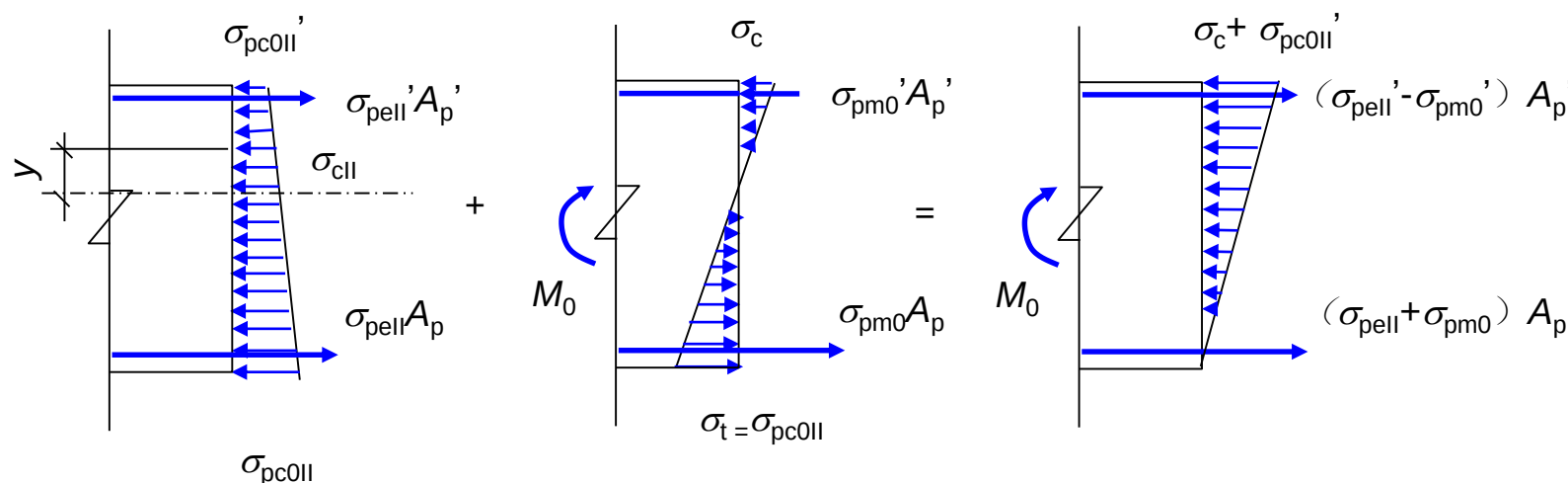


换算截面受拉边缘的弹性抵抗矩



## ➤ 阶段应力分析——先张法

开裂前——受拉边缘混凝土的预压应力为0



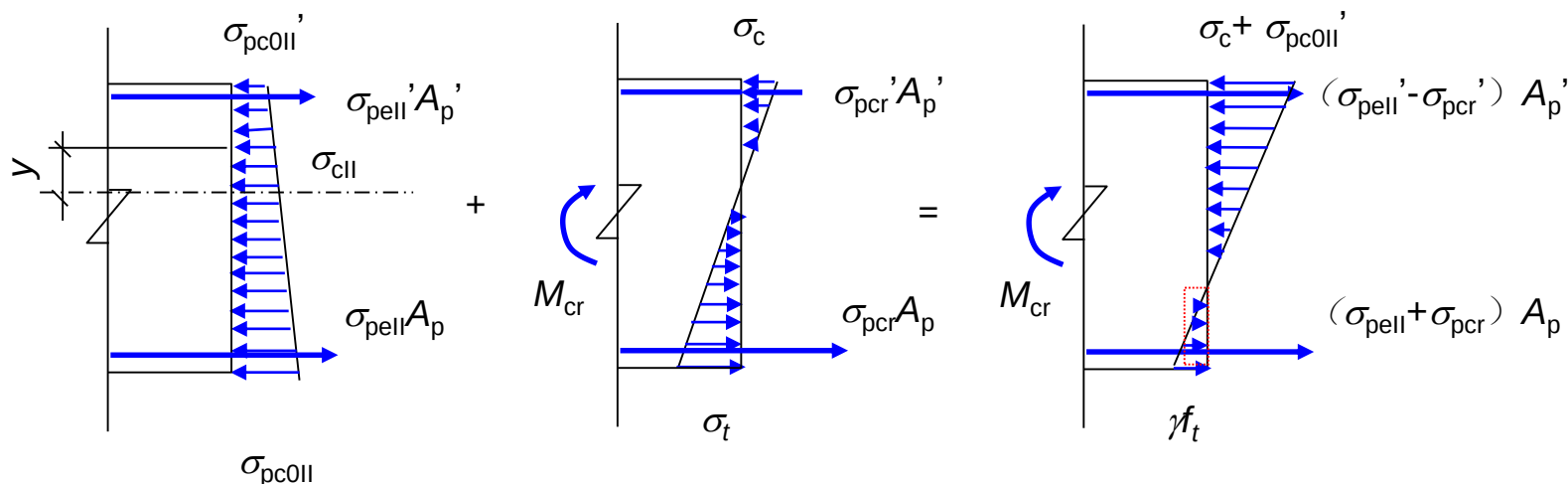
预应力筋的  
应力

$$\sigma_p' = \sigma_{con}' - \sigma_l' - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}' - \alpha_{Ep} M_0 y_p' / I_0$$

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII} + \alpha_{Ep} M_0 y_p / I_0 \approx \sigma_{con} - \sigma_l$$



## 阶段应力分析——先张法 开裂时



$$M_{cr} = \sigma_t W_0 = (\sigma_{pc0II} + \eta_t) W_0$$

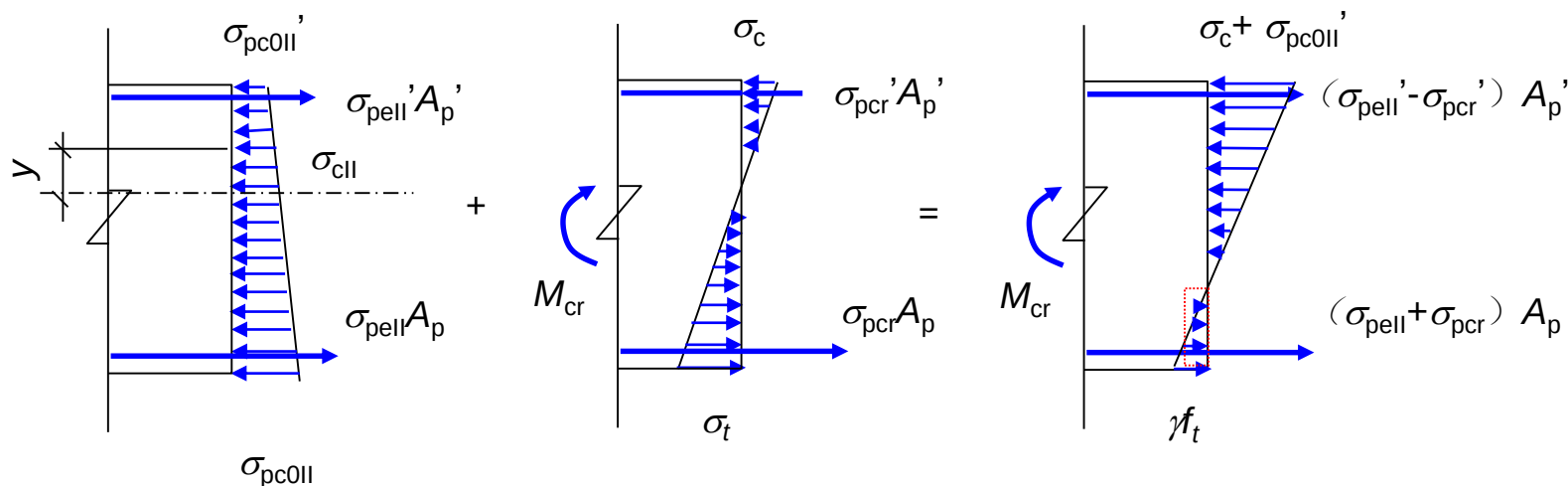


受拉区混凝土塑性影响系数



## ➤ 各阶段应力分析——先张法

开裂时



预应力筋的  
应力

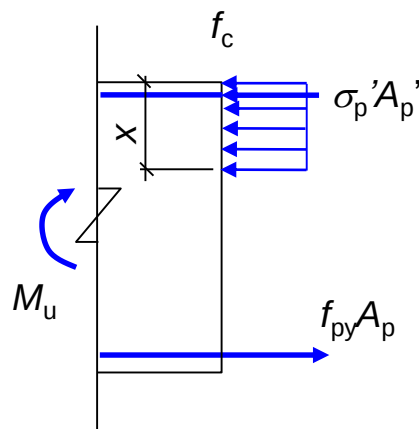
$$\sigma_p' = \sigma_{con}' - \sigma_l' - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}' - \alpha_{Ep} M_{cr} y_p' / I_0$$

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l - \alpha_{Ep} \sigma_{pcII} + \alpha_{Ep} M_0 y_p / I_0 + \alpha_{Ep} \gamma f_t$$

$$\approx \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{Ep} \gamma f_t$$



## ➤ 各阶段应力分析——先张法 破坏时



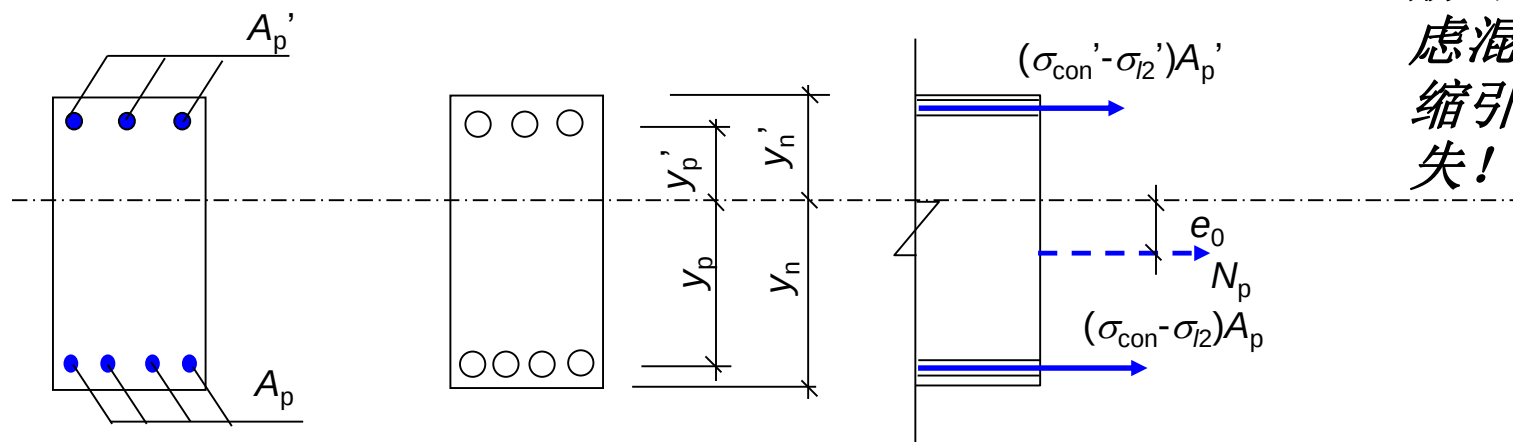
当  $x \leq x_b$  时， $A_p$  能屈服，但  $A_p'$  不一定屈服。计算分析方法同普通混凝土梁。





## ➤ 各阶段应力分析——后张法

张拉预应力筋时



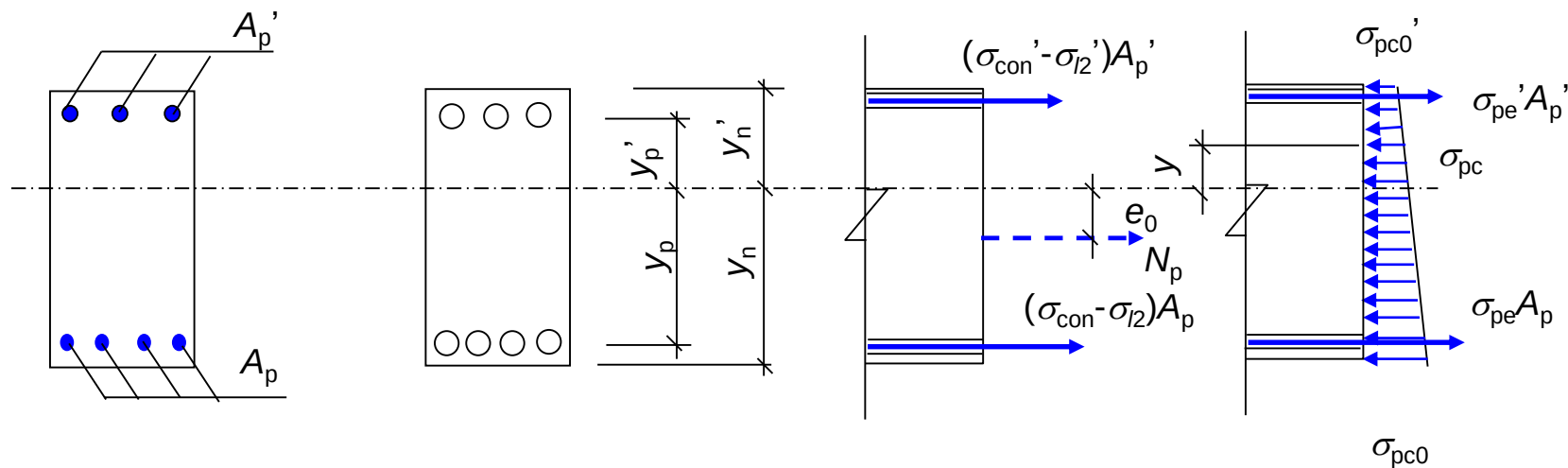
注意：分批  
张拉预应力  
筋时，要考  
虑混凝土回  
缩引起的损  
失！

预应力筋的合力  $N_p = (\sigma_{con} - \sigma_{l2})A_p + (\sigma_{con}' - \sigma_{l2}')A_p'$

合力的位置  $e_0 = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{l2})A_p y_p - (\sigma_{con}' - \sigma_{l2}')A_p' y_p'}{N_p}$



## ➤ 各阶段应力分析——后张法 张拉预应力筋时



任一点处混凝土的应力

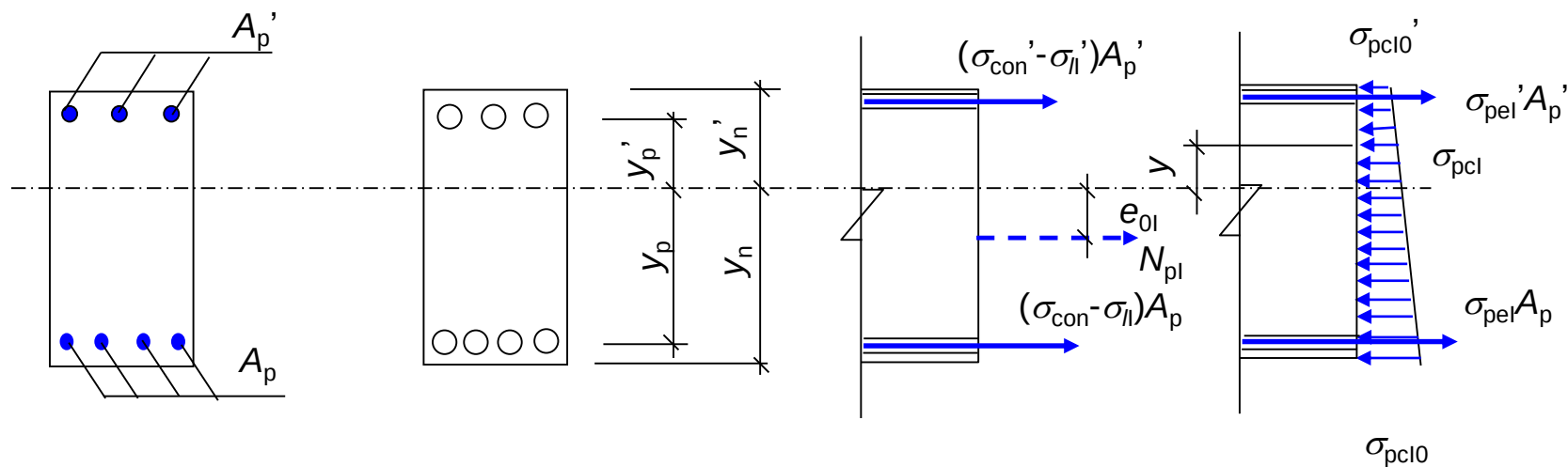
$$\sigma_{pc} = \frac{N_p}{A_n} \pm \frac{N_p e_0 y}{I_n}$$

净截面积

净截面惯性矩



# ➤ 各阶段应力分析——后张法 完成第一批损失时



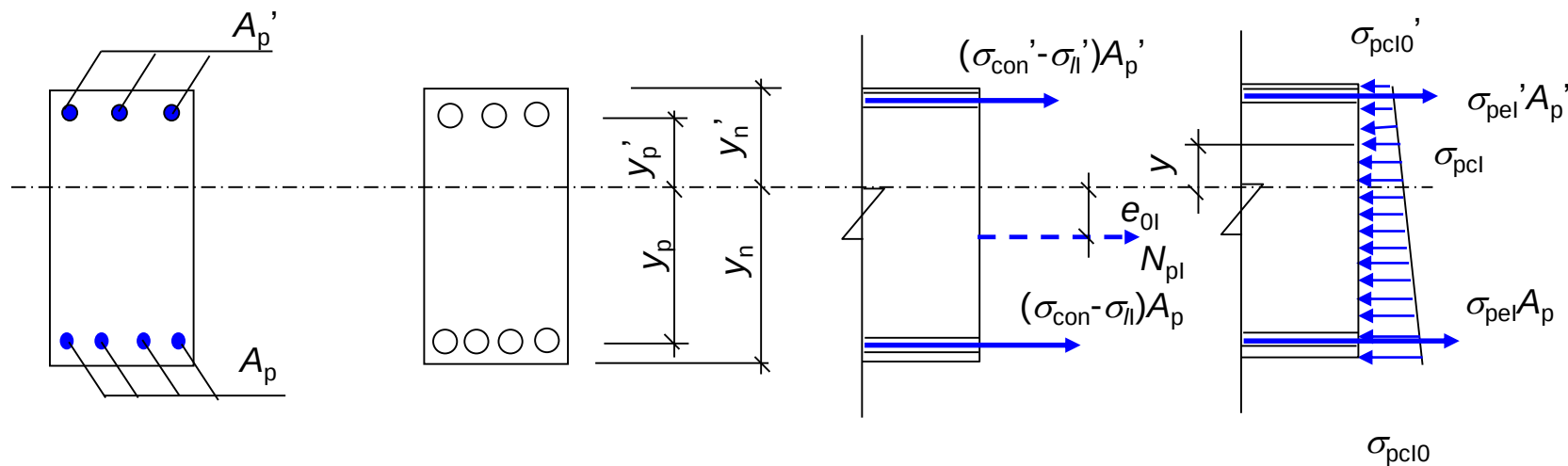
预应力筋的合力  $N_{pI} = (\sigma_{con} - \sigma_{II})A_p + (\sigma_{con}' - \sigma_{II}')A_p'$

合力的位置  $e_{0I} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_{II})A_p y_p - (\sigma_{con}' - \sigma_{II}')A_p' y_p'}{N_{pI}}$



## ➤ 各阶段应力分析——后张法

完成第一批损失时



任一点处混凝土的应力

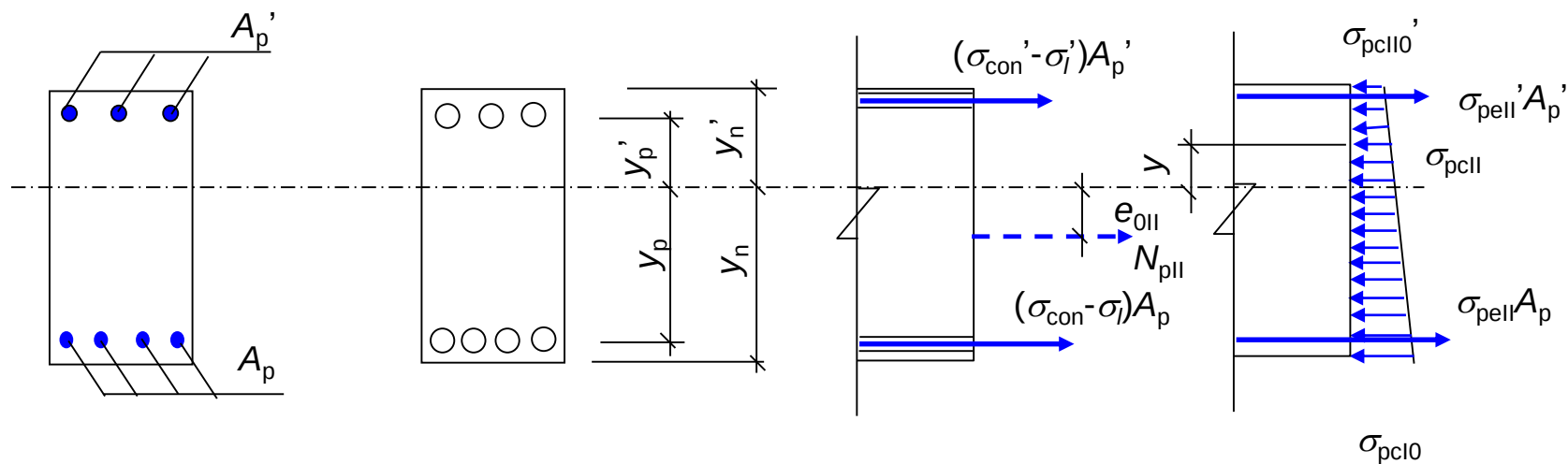
$$\sigma_{pcl} = \frac{N_{pI}}{A_n} \pm \frac{N_{pI} e_{0I} y}{I_n}$$

净截面积

净截面惯性矩



## ➤ 各阶段应力分析——后张法 完成第二批损失时



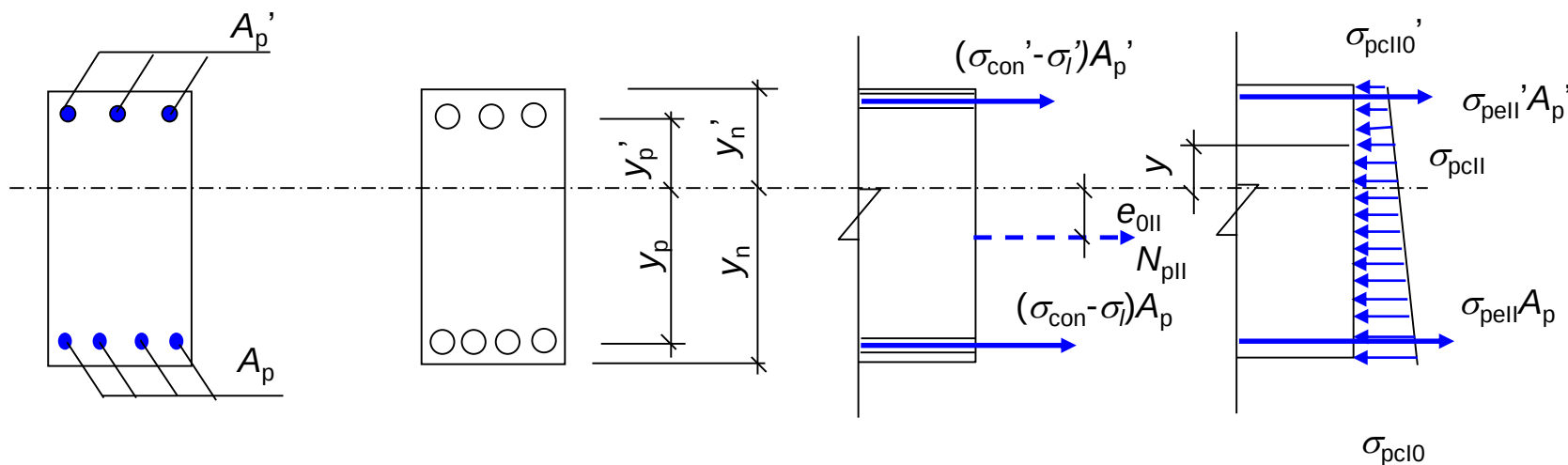
预应力筋的合力  $N_{pII} = (\sigma_{con} - \sigma_l)A_p + (\sigma_{con}' - \sigma_l')A_p'$

合力的位置  $e_{0II} = \frac{(\sigma_{con} - \sigma_l)A_p y_p - (\sigma_{con}' - \sigma_l')A_p' y_p'}{N_{pII}}$



## ➤ 各阶段应力分析——后张法

完成第二批损失时



任一点处混凝土的应力

$$\sigma_{pcII} = \frac{N_{pII}}{A_n'} \pm \frac{N_{pII} e_{0II} y}{I_n'}$$

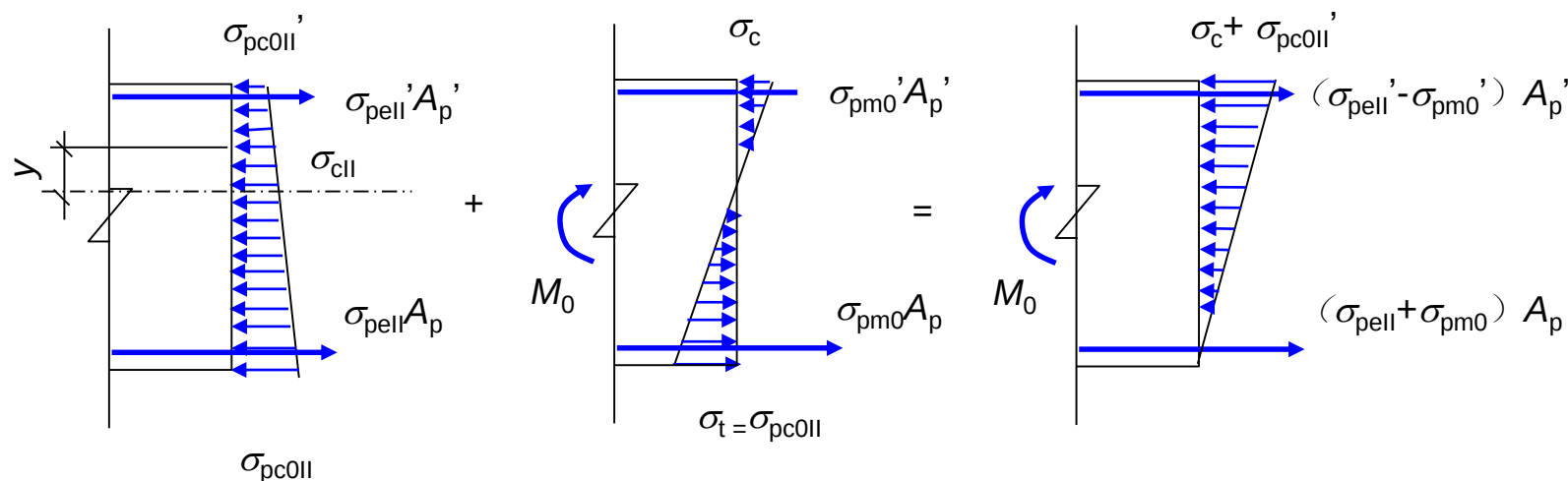
扣除 $A_p$ 后的净截面积

净截面惯性矩



## ➤ 各阶段应力分析——后张法

开裂前——受拉边缘混凝土的预压应力为0



$$M_0 = \sigma_{pc0II} W_0$$

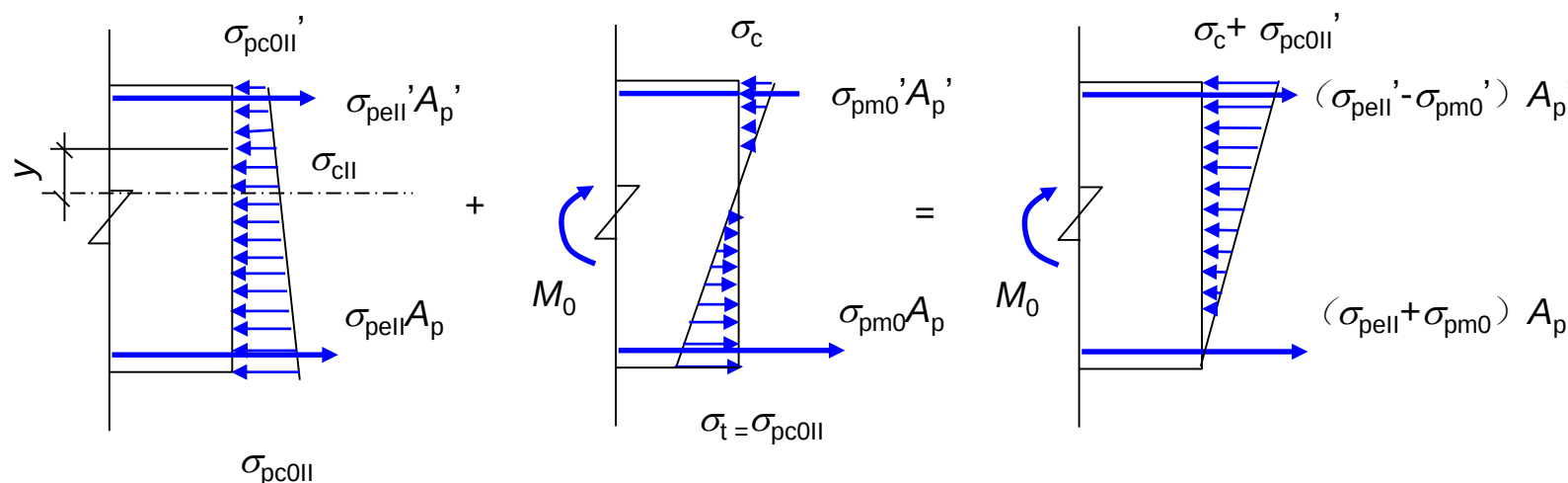
换算截面受拉边缘的弹性抵抗矩





## ➤ 各阶段应力分析——后张法

开裂前——受拉边缘混凝土的预压应力为0



预应力筋的  
应力

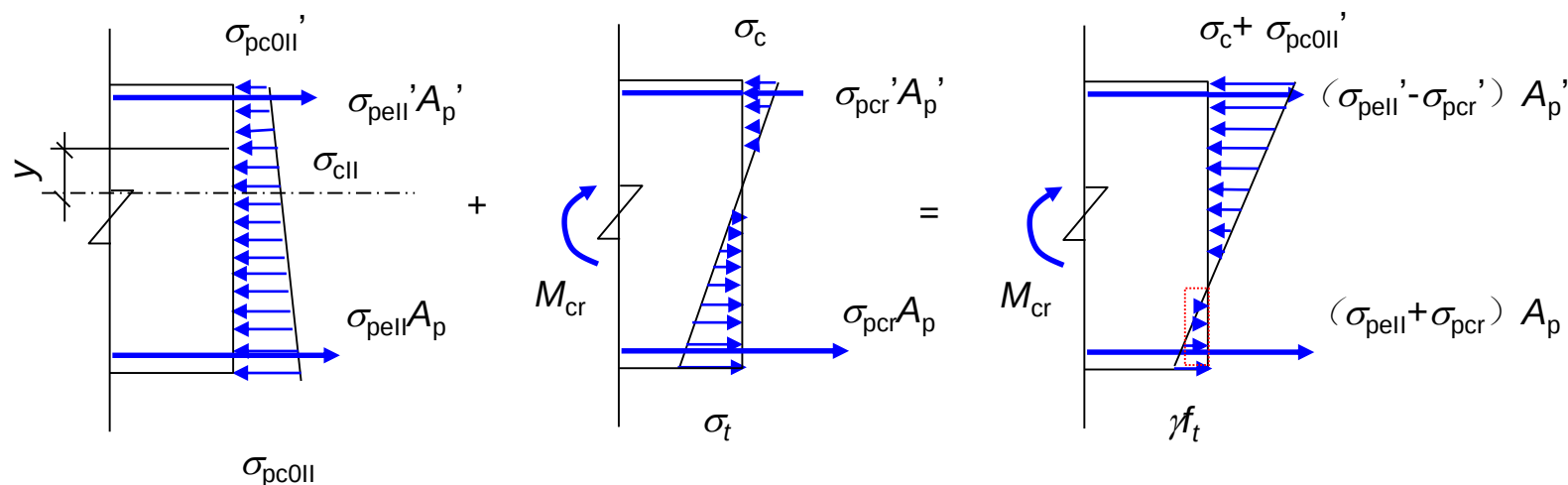
$$\sigma_p' = \sigma_{con}' - \sigma_l' - \alpha_E M_0 y_p' / I_0$$

$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_E M_0 y_p / I_0 \approx \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_E \sigma_{pcII}$$



## ➤ 各阶段应力分析——后张法

开裂时



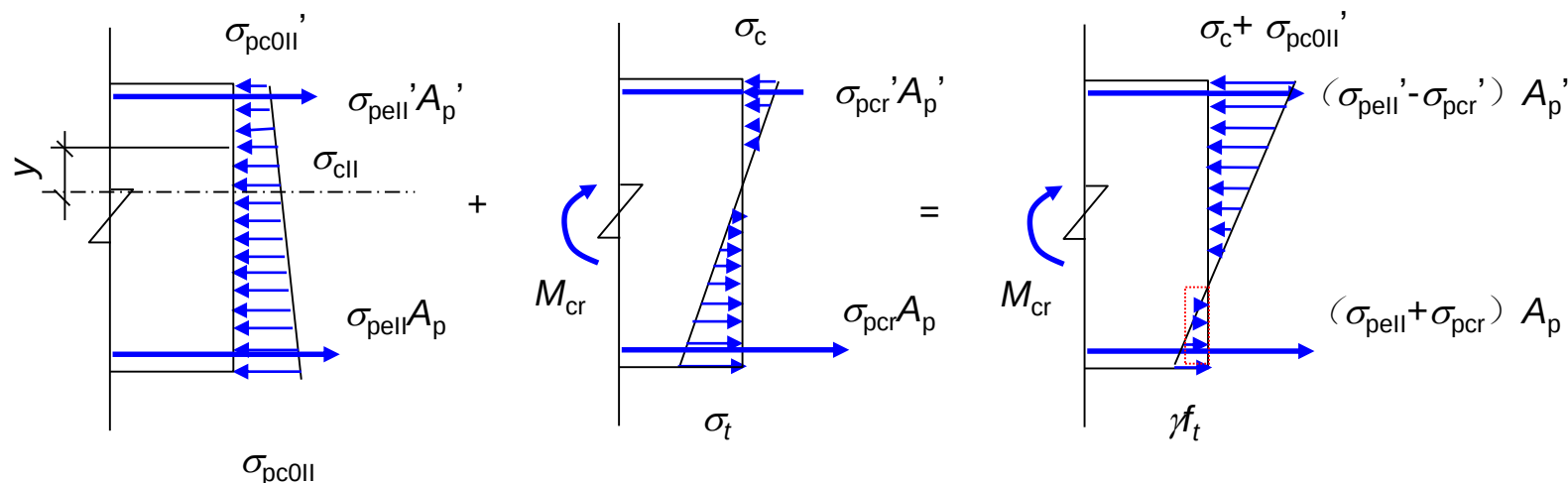
$$M_{cr} = \sigma_t W_0 = (\sigma_{pc0II} + \eta_t) W_0$$



受拉区混凝土塑性影响系数



## ➤ 各阶段应力分析——后张法 开裂时



$$\sigma_p' = \sigma_{con}' - \sigma_l' - M_{cr} y_p' / I_0$$

预应力筋的  
应力

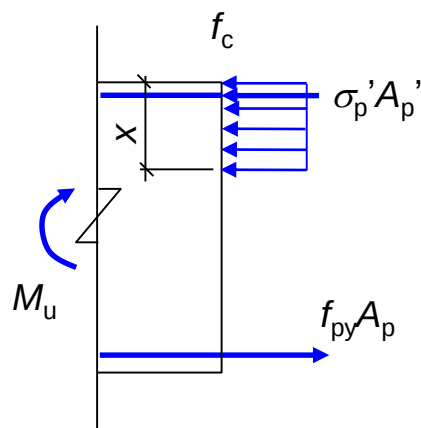
$$\sigma_p = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{Ep} M_0 y_p / I_0 + \alpha_{Ep} \gamma f_t$$

$$\approx \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII} + \alpha_{Ep} \gamma f_t$$



## ➤ 各阶段应力分析——后张法

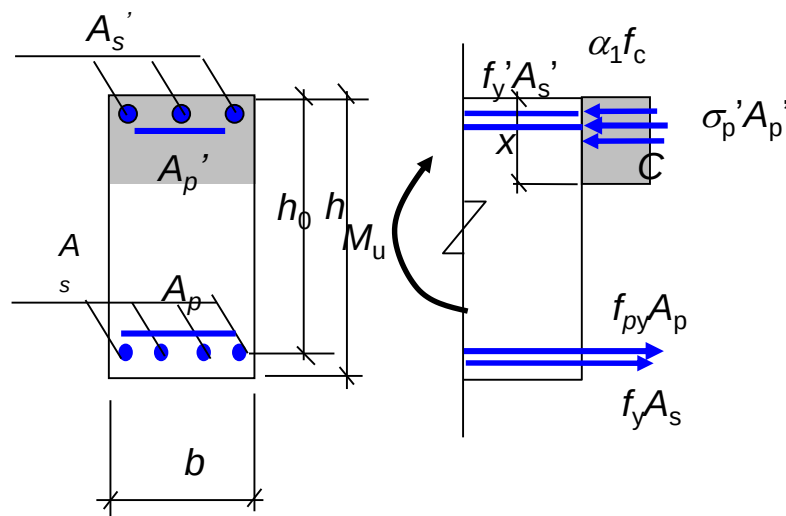
破坏时



当 $x \leq x_b$ 时， $A_p$ 能屈服，但 $A_p'$ 不一定屈服。计算分析方法同普通混凝土梁。

## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段正截面承载力计算



$$\begin{cases} \alpha_1 f_c b x + \sigma_p' A_p' + f_y' A_s' = f_{py} A_p + f_y A_s \\ M_u = \alpha_1 f_c b x (h_0 - \frac{x}{2}) + \sigma_p' A_p' (h_0 - a_p') + f_y' A_s' (h_0 - a_s') \end{cases}$$



## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段正截面承载力计算

界限受压区相对高度——有屈服点的钢筋

$$\xi_b = \frac{0.8}{1.0 + \frac{f_{py} - \sigma_{p0}}{0.0033E_p}}$$

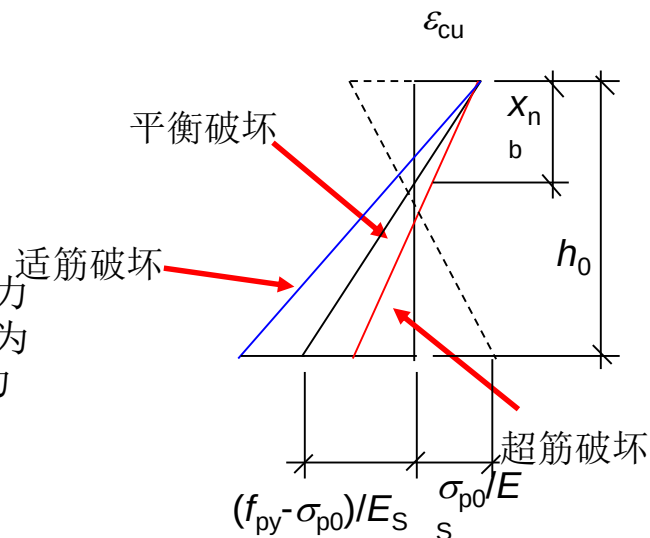
受拉区预应力钢筋合力  
点处混凝土法向应力为  
0时预应力钢筋的应力

先张法

$$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_l$$

后张法

$$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$$





## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段正截面承载力计算

界限受压区相对高度——无屈服点的钢筋

$$\xi_b = \frac{0.8}{1.0 + \frac{\varepsilon_{py} - \sigma_{p0} / E_p}{0.0033}} = \frac{0.8}{1.0 + \frac{0.002}{0.0033} + \frac{f_{py} - \sigma_{p0}}{0.0033 E_p}}$$

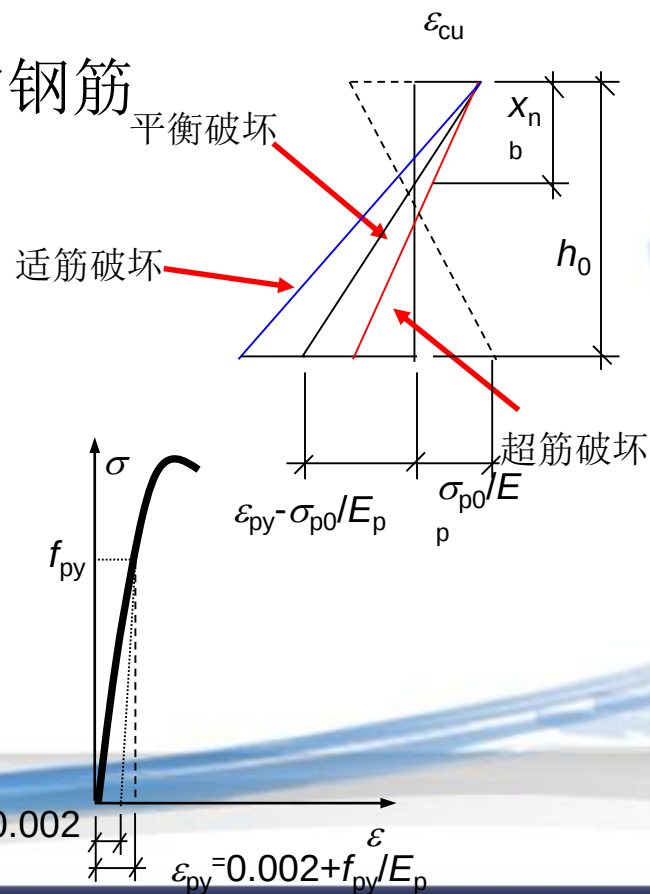
受拉区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力为0时预应力钢筋的应力

先张法

$$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_l$$

后张法

$$\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}$$







## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段正截面承载力的计算

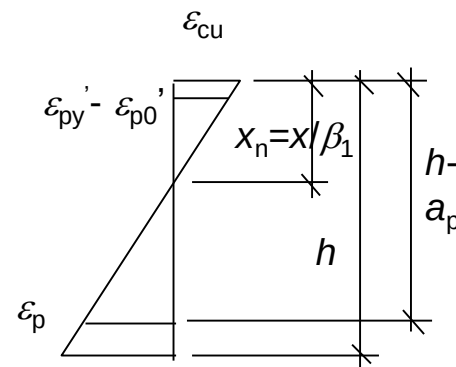
$\sigma_p'$  的取值

先张法

$$\sigma_p' = f_{py}' - \sigma_{p0}' = f_{py}' - (\sigma_{con}' - \sigma_l')$$

后张法

$$\sigma_p' = f_{py}' - \sigma_{p0}' = f_{py}' - (\sigma_{con}' - \sigma_l' + \alpha_{Ep} \sigma_{pcII}')$$



受压区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力为0时预应力钢筋的应力



## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段斜截面承载力的计算

$$V_u = V_{cs} + V_p + 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha_s + 0.8 f_{py} A_{pb} \sin \alpha_b$$

$$V_p = 0.05 N_{p0}$$



计算截面上完成所有预应力损失后预应力筋施加于混凝土上的压力的合力



$$N_{p0} > 0.3 f_c A_0$$

$$N_{p0} = 0.3 f_c A_0$$

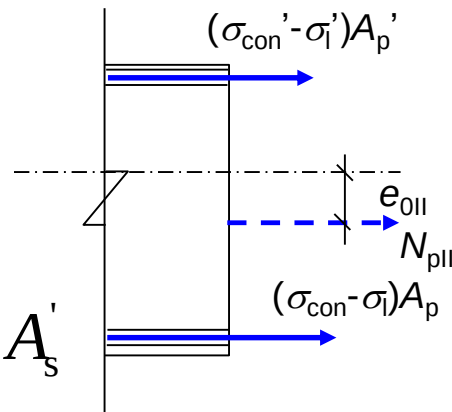


## ➤ 受弯构件设计

### • 使用阶段斜截面承载力的计算

先张法

$$N_{p0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_l)A_p + (\sigma'_{\text{con}} - \sigma'_l)A'_p - \sigma_{l5}A_s - \sigma'_{l5}A'_s$$



后张法

$$N_{p0} = (\sigma_{\text{con}} - \sigma_l + \alpha_E \sigma_{\text{pcII}})A_p + (\sigma'_{\text{con}} - \sigma'_l + \alpha_E \sigma'_{\text{pcII}})A'_p - \sigma_{l5}A_s - \sigma'_{l5}A'_s$$



## ➤ 受弯构件设计

- 使用阶段正截面抗裂度验算

见第十一章中的相关内容！



## ➤ 受弯构件设计

- 使用阶段正截面裂缝宽度计算

见第十一章中的相关内容！



## ➤ 受弯构件设计

- 使用阶段斜截面抗裂度验算

见第十一章中的相关内容！



## ➤ 受弯构件设计

### • 施工阶段验算

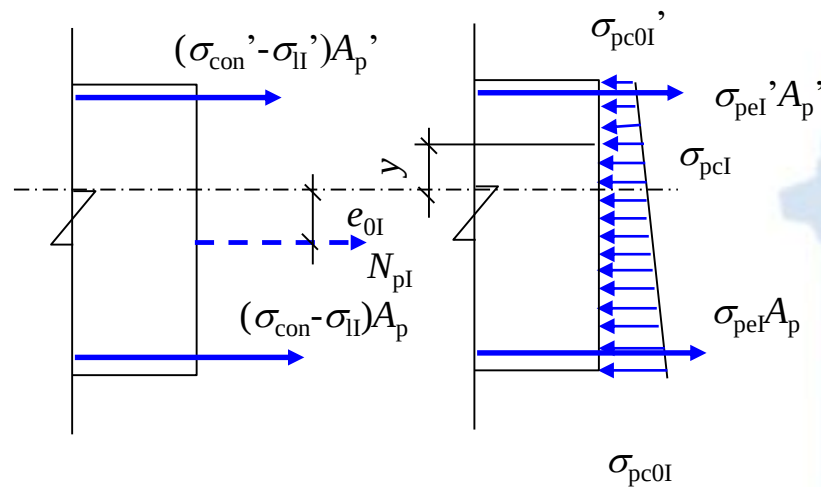
放松钢丝时预拉区不允许开裂----先张法

$$\sigma_{cc} = \sigma_{pcoI} + \frac{N}{A_0} + \frac{M}{W_0} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{pcoI} = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0$$

$$\sigma_{ct} = \left| \sigma_{pcoI}' + \frac{N}{A_0} - \frac{M}{W_0} \right| \leq f_t'$$

$$\sigma_{pcoI}' = \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0'$$







## ➤ 受弯构件设计 张拉并锚固钢筋时预拉区不允许开裂-

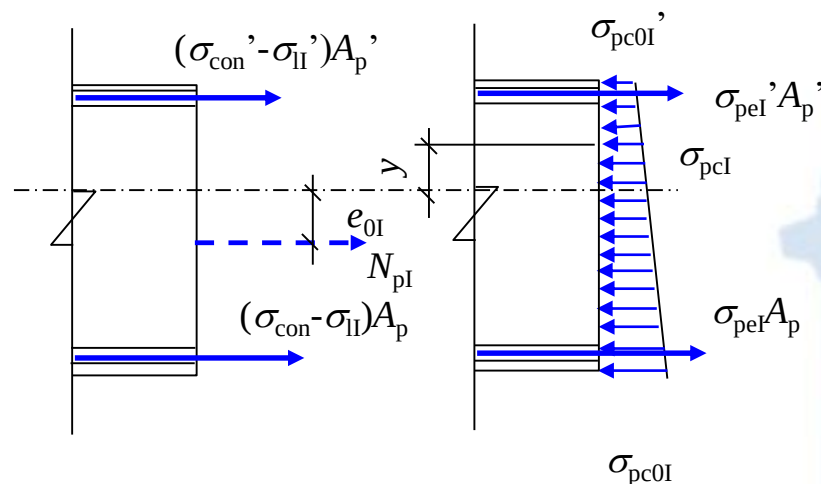
### • 施工阶段验算 ---后张法

$$\sigma_{cc} = \sigma_{pc0I} + \frac{N}{A_n} + \frac{M}{W_n} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{pc0I} = \frac{N_{pI}}{A_n} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n$$

$$\sigma_{ct} = \left| \sigma_{pc0I}' + \frac{N}{A_n} - \frac{M}{W_n} \right| \leq f_t'$$

$$\sigma_{pc0I}' = \frac{N_{pI}}{A_n} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n'$$





## ➤ 受弯构件设计

### • 施工阶段验算

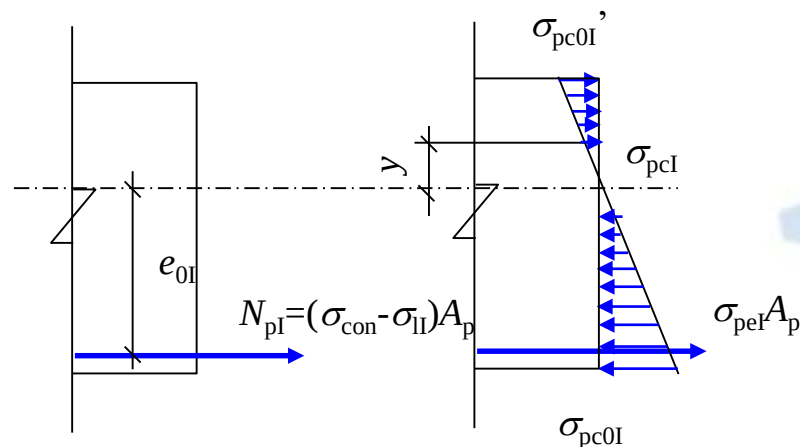
放松钢丝时预拉区允许开裂无 $A_p$ '-  
---先张法

$$\sigma_{cc} = \sigma_{pc0I} + \frac{N}{A_0} + \frac{M}{W_0} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{pc0I} = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0$$

$$\sigma_{ct} = \left| \sigma_{pc0I}' + \frac{N}{A_0} - \frac{M}{W_0} \right| \leq 2.0 f_t'$$

$$\sigma_{pc0I}' = \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0'$$





# ➤ 受弯构件设计

张拉并锚固钢筋时预拉区允许开裂无 $A_p$ '-  
---后张法

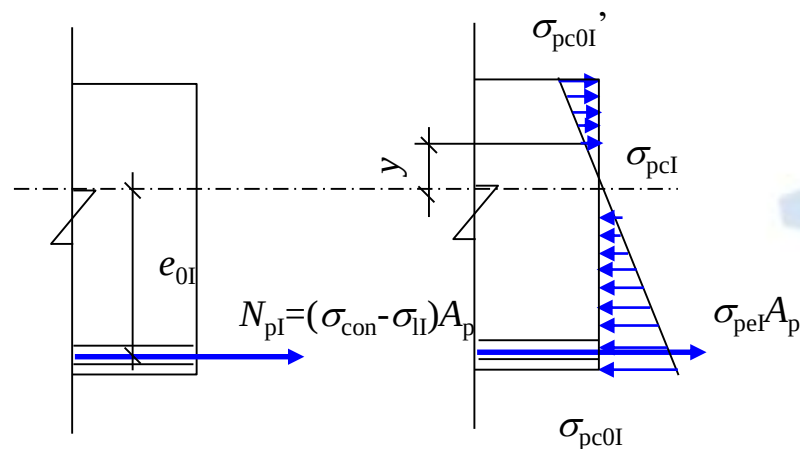
## • 施工阶段验算

$$\sigma_{cc} = \sigma_{pc0I} + \frac{N}{A_n} + \frac{M}{W_n} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{pc0I} = \frac{N_{pI}}{A_n} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n$$

$$\sigma_{ct} = \left| \sigma_{pc0I}' + \frac{N}{A_n} - \frac{M}{W_n} \right| \leq 2.0 f_t'$$

$$\sigma_{pc0I}' = \frac{N_{pI}}{A_n} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n'$$





## ➤ 受弯构件设计

- 施工阶段验算

后张法锚具处的局部受压计算



## ➤ 受弯构件设计

### • 施工阶段验算

吊装或运输时预拉区不允许开裂  
----先张法

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0 + \frac{1.5 M_q}{I_0} y_0$$

自重引起计算截面的弯矩

$$\sigma_{ct} \leq f_t'$$

$$\sigma_{ct} = \left| \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0 - \frac{1.5 M_q}{I_0} y_0 \right|$$

动力系数



## ➤ 受弯构件设计

- 施工阶段验算

吊装或运输时预拉区不允许开裂  
----后张法

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{pI}}{A_n} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_0 + \frac{1.5 M_q}{I_0(I_n)} y_0$$

自重引起计算截面的弯矩

动力系数

$$\sigma_{ct} \leq f_t'$$

$$\sigma_{ct} = \left| \frac{N_{pI}}{A_n} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n' - \frac{1.5 M_q}{I_0(I_n)} y_0' (y_n') \right|$$



## ➤ 受弯构件设计

- 施工阶段验算

吊装或运输时预拉区允许开裂  
----先张法

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{pI}}{A_0} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0 + \frac{1.5 M_q}{I_0} y_0$$

自重引起计算截面的弯矩

$$\sigma_{ct} \leq 2.0 f_t$$

$$\sigma_{ct} = \left| \frac{N_{pI}}{A_0} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_0} y_0' - \frac{1.5 M_q}{I_0 (I_n)} y_0' (y_n') \right|$$

动力系数





## ➤ 受弯构件设计

- 施工阶段验算

吊装或运输时预拉区允许开裂  
----后张法

$$\sigma_{cc} \leq 0.8 f_c'$$

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{pI}}{A_n} + \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n + \frac{1.5 M_q}{I_0(I_n)} y_0(y_n)$$

自重引起计算截面的弯矩

$$\sigma_{ct} \leq 2.0 f_t'$$

$$\sigma_{ct} = \left| \frac{N_{pI}}{A_n} - \frac{N_{pI} e_{0I}}{I_n} y_n' - \frac{1.5 M_q}{I_0(I_n)} y_0'(y_n') \right|$$

动力系数



## ➤ 受弯构件设计

- 构造措施

见教材中的相关内容！



谢谢！